

**ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ**  
**22<sup>η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**  
**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**



**Σάββατο, 12 Απριλίου 2008**

**Ώρα : 11:00 - 14:00**

**Προτεινόμενες Λύσεις**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

(α) i) Με βάση τον Β΄ νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη Δύναμη  $\Sigma F$  που ασκείται στο σύστημα των δύο σωμάτων Α και Γ είναι ίση με  $\Sigma F = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot a$ .

Από το σχήμα προκύπτει ότι  $\Sigma F_y = 0$  άρα  $\Sigma F = \Sigma F_x$  οπότε

$$F = (m_A + m_\Gamma) \cdot a.$$

Λύνουμε την τελευταία σχέση ως προς  $a$ .

$$a = \frac{F}{m_A + m_\Gamma} = \frac{15}{3} \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

ii) Με εφαρμογή του Β΄ νόμου του Νεύτωνα στο σώμα Α προκύπτει ότι

$$\Sigma F_A = m_A \cdot a \Rightarrow \Sigma F_A = 1.5 = 5N$$

iii) Το σώμα Α κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο κάνοντας Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι, η κίνησή του περιγράφεται από τις πιο κάτω εξισώσεις.

$$X_A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad u = a \cdot t \quad (2)$$

$$\text{Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι } X_A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{u^2}{a^2} \Rightarrow X_A = \frac{u^2}{2a} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση προκύπτει ότι:

$$X_A = \frac{100}{10} = 10m$$

Άρα το διάστημα που κάλυψε το σώμα Α μέχρι που η ταχύτητά του γίνει ίση με  $u = 10 \frac{m}{s}$  είναι 10m.

22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

(β) i) Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων Γ και Α μπορεί να βρεθεί από την πιο κάτω εξίσωση:

$$\Delta X = X_{\Gamma} - X_A \quad (1)$$

$$X_{\Gamma} = l + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot a' (t_2 - t_1)^2 + u(t_2 - t_1) \quad (2)$$

$$X_A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + u(t_2 - t_1) \quad (3)$$

$$\text{Άρα } \Delta X = l + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + \frac{1}{2} \cdot a' (t_2 - t_1)^2 + u(t_2 - t_1) - \left( \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 + u(t_2 - t_1) \right) \quad (4)$$

Από τη σχέση 4 φαίνεται ότι η επιτάχυνση  $a'$  του σώματος Γ μετά την αποκοπή του νήματος και η ταχύτητα των σωμάτων την χρονική στιγμή  $t=5\text{s}$  είναι άγνωστα γι' αυτό θα πρέπει να υπολογιστούν.

$$a' = \frac{F}{m_{\Gamma}} = \frac{15}{2} \Rightarrow a' = 7,5 \frac{m}{s^2} \quad (5)$$

$$u = a \cdot t_1 = 5 \cdot 5 \Rightarrow u = 25 \frac{m}{s} \quad (6)$$

Απλοποιούμε τη σχέση (4) οπότε :

$$\Delta X = l + \cancel{\frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2} + \frac{1}{2} \cdot a' (t_2 - t_1)^2 + u \cancel{(t_2 - t_1)} - \left( \cancel{\frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2} + u \cancel{(t_2 - t_1)} \right)$$

$$\Delta X = l + \frac{1}{2} \cdot a' (t_2 - t_1)^2 \quad (7)$$

Αντικαθιστούμε τις (5) και (6) στην τελική σχέση, σχέση (7) και βρίσκουμε το διάστημα  $\Delta X$

$$\Delta X = l + \frac{1}{2} \cdot a' (t_2 - t_1)^2 = 0,5 + \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 16 \Rightarrow \Delta X = 60,5m$$

ii) Επειδή το σώμα Α από το 5s μέχρι και το 9s κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση αφού  $\Sigma F = 0$  η ταχύτητα του στο 9<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο της κίνησής του θα είναι όση και στο 5<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο, δηλαδή:

$$u_A = 25 \frac{m}{s} \text{ ενώ η ταχύτητα του } \Gamma \text{ επειδή στο πιο πάνω χρονικό}$$

διάστημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με

επιτάχυνση  $a'$  και αρχική ταχύτητα  $u = 25 \frac{m}{s}$  θα είναι:

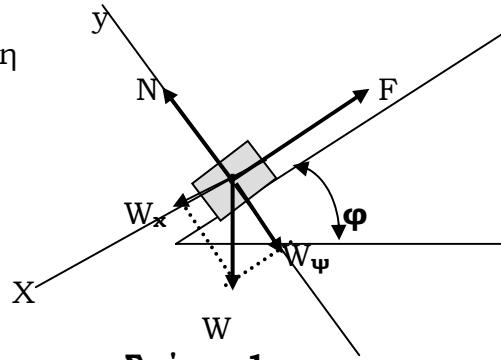
$$u_B = u + a' \cdot (t_2 - t_1) = 25 + 7,5 \cdot 4 \Rightarrow u_B = 55 \frac{m}{s}$$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

(α) Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του σώματος Σ αναλύουμε τη Δύναμη του Βάρους όπως στο σχήμα 1.

$$\Sigma F_y = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \quad (2)$$



**Σχήμα 1**

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι

$$F - W_x = m \cdot a_1 \Rightarrow F - W \cdot \eta \mu \phi = m \cdot a_1$$

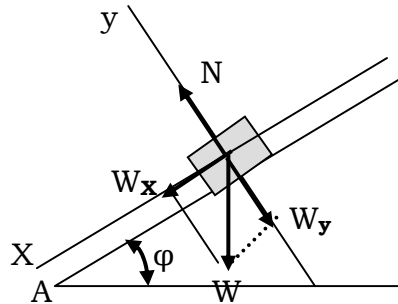
$$\Rightarrow a_1 = \frac{F - W \cdot \eta \mu \phi}{m} \quad (3)$$

Αντικαθιστούμε στη σχέση (3) και προκύπτει ότι:

$$a_1 = \frac{6,5 - 5 \cdot 0,5}{0,5} = 8 \frac{m}{s^2} \quad (4)$$

Άρα η επιτάχυνση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα από  $t_1 = 0s$  μέχρι και  $t_2 = 0,5s$  είναι  $8 \frac{m}{s^2}$

(β) Για να υπολογίσουμε την επιβράδυνση του σώματος Σ όταν μηδενιστεί η δύναμη αναλύουμε τη δύναμη του Βάρους όπως στο σχήμα 2.



**Σχήμα 2**

Από το σχήμα 2 προκύπτουν:

$$\Sigma F_y = 0, \quad \Sigma F_x = W_x \rightarrow m \cdot a_2 = m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \quad (5)$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1) προκύπτει ότι: } a_2 = 10 \cdot 0,5 = 5 \frac{m}{s^2} \quad (6)$$

Για να μπορεί το σώμα Σ να επανέλθει πίσω στο Α και να μην διαφεύγει από το κεκλιμένο επίπεδο, θα πρέπει η ταχύτητά του να μηδενίζεται σε κάποιο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου. Για να είναι το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ελάχιστο θα πρέπει το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας να είναι το ανώτατο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου. Υποθέτουμε ότι το σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,5s$  βρισκόταν στη θέση  $X_1$  του κεκλιμένου επιπέδου κινούμενο με ταχύτητα  $u_1$ , οπότε και η δύναμη που ασκείται πάνω του μηδενίζεται, ενώ για να φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου κινείται κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση από το σημείο αυτό για χρόνο  $t_2$  καλύπτοντας απόσταση  $X_2$ .

22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

Οπότε το συνολικό μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι:  $X = X_1 + X_2$  (7)  
Υπολογίζουμε την ταχύτητα  $u_1$  που έχει το σώμα  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή

$$t_1 = 0,5s. \text{ Οπότε, } u_1 = a_1 \cdot t_1 = 8 \cdot 0,5 = 4 \frac{m}{s} \text{ (8)}$$

Ονομάζουμε την ταχύτητα του σώματος στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου  $u_2$  οπότε ισχύει η σχέση:

$$u_2 = u_1 - a_2 \cdot t_2 \text{ (9)} \Rightarrow 0 = 4 - 5 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{4}{5} s = 0,8s \text{ (10)}$$

$$\Rightarrow (7) X = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 + u_1 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 \text{ (11) άρα}$$

$$X = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (0,5)^2 + 4 \cdot (0,8) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (0,8)^2 = 2,6m \text{ (12)}$$

Άρα το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι 2.6m.

(γ) Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν βρεθεί ξανά στο σημείο Α χρησιμοποιούμε τις σχέσεις (13) και (14).

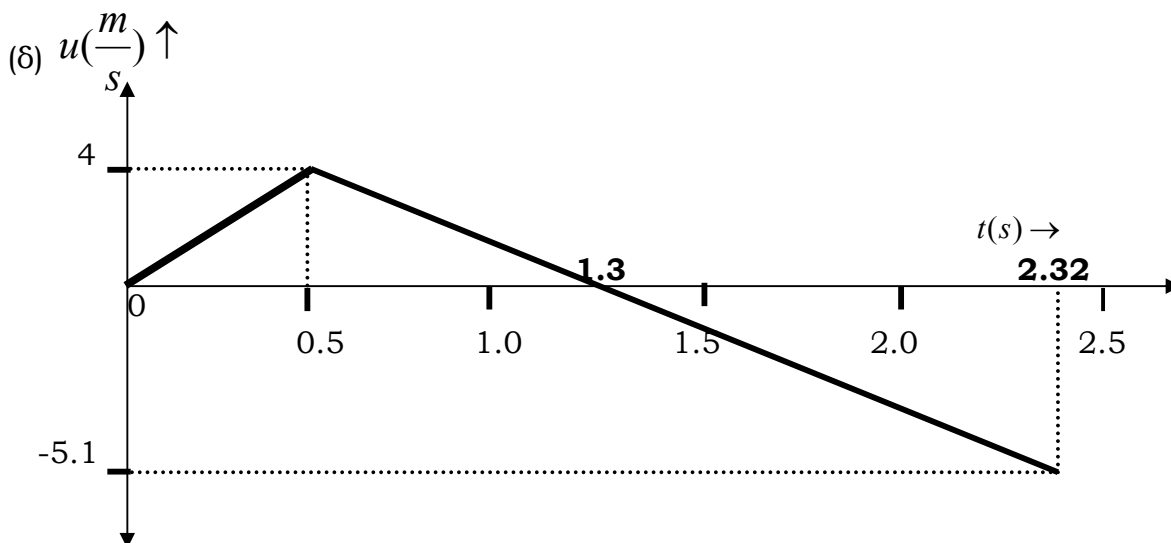
Το σώμα  $\Sigma$  κινούμενο από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a_2$  και αρχική ταχύτητα ίση με μηδέν.

Υποθέτουμε ότι για να κινηθεί από την κορυφή του επιπέδου μέχρι το σημείο Α χρειάζεται χρόνο  $t_3$ , ενώ όταν φτάνει στο σημείο Α έχει ταχύτητα  $u_3$ .

$$X = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_3^2 \text{ (13)} \quad u_3 = a_2 \cdot t_3 \text{ (14)}$$

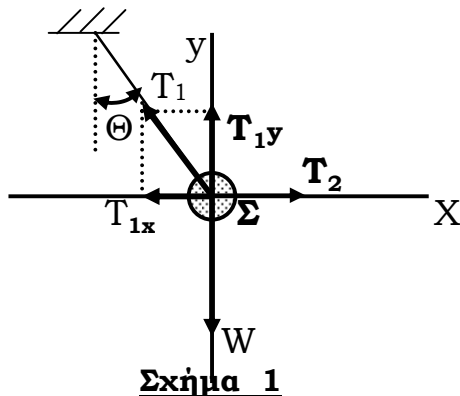
$$\text{Άρα από την (13) προκύπτει ότι } 2,6 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t_3^2 \Rightarrow t_3 = 1,02s$$

$$\text{Από την (14) } u_3 = 5 \cdot 1,02 = 5,1 \frac{m}{s} \text{ (15)}$$



**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ φαίνονται στο σχήμα 1 που ακολουθεί:



Το σώμα Σ ισορροπεί. Έτσι, με βάση το Α΄ νόμο του Νεύτωνα  $\Sigma F = 0$  άρα  $\Sigma F_x = 0$  (1) και  $\Sigma F_y = 0$  (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) και το σχήμα 1 προκύπτουν οι πιο κάτω ισότητες:

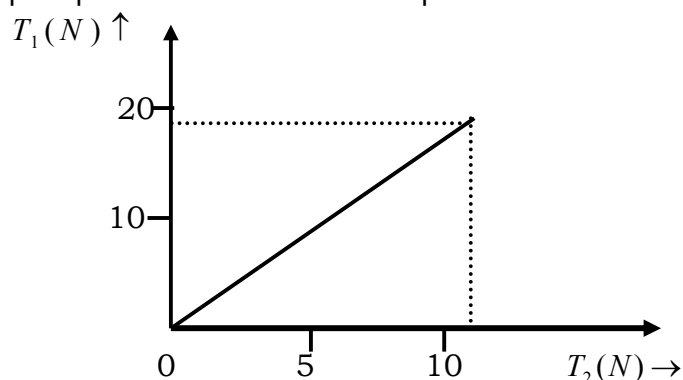
$$T_{1y} - W = 0 \quad \text{και} \quad T_2 - T_{1x} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Άρα} \quad T_{1y} - W = 0 \Rightarrow T_1 \cdot \sin\theta = W \quad \text{και} \quad T_1 = \frac{W}{\sin\theta} \Rightarrow T_1 = \frac{15}{\sin 37^\circ} = 18,78\text{N}$$

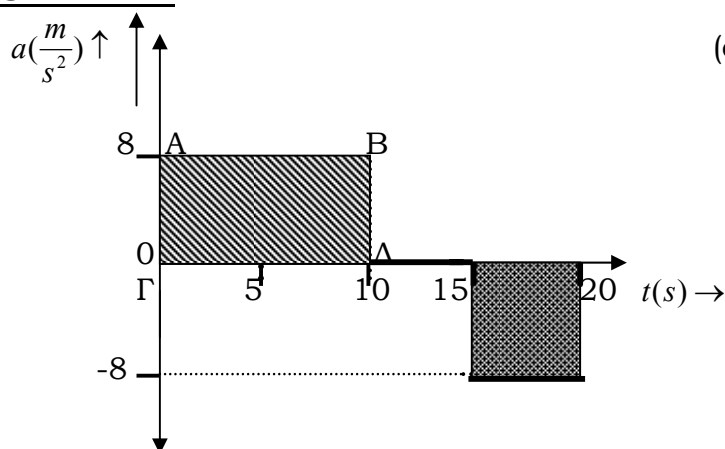
$$\text{και} \quad T_2 - T_{1x} = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \eta\mu\theta = 18,78 \cdot \eta\mu 37^\circ \Rightarrow T_2 = 11,3\text{N}$$

(β) Από τη σχέση (2) προκύπτει η μάζα  $m$  που μπορεί να έχει το σώμα Σ έτσι ώστε ότι το νήμα  $N_1$  (του οποίου η Τάση  $T_1$  είναι μεγαλύτερη από την Τάση  $T_2$  του νήματος  $N_2$ ) να έχει  $T_{1\max} = 20\text{N}$   
 $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 \cdot \sin\theta = W_{1\max}$  άρα  $20 \cdot \sin 37^\circ = m_{1\max} \cdot 10 \Rightarrow m_{1\max} = 1,60\text{Kg}$

(γ) Η γραφική παράσταση της  $T_1$  και της  $T_2$  καθώς το βάρος μεταβάλλεται από 0-15N φαίνεται πιο κάτω:



**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**



(α) Είναι γνωστό ότι το Εμβαδόν  $E$  που προκύπτει από τη γραφική παράσταση και τον άξονα του χρόνου μας δίνει τη μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα που εξετάζουμε.

$$\Delta u = E \Rightarrow u_{20} - u_0 = 8 \cdot 10 - 8 \cdot 5 \Rightarrow 0 - u_0 = 40 \frac{m}{s} \quad (1)$$

Από την (1) προκύπτει ότι  $u_0 = -40 \frac{m}{s}$

Άρα η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι  $-40 \frac{m}{s}$ .

(β) Το μέτρο της μέσης διανυσματικής ταχύτητας βρίσκεται αν διαιρέσουμε τη μετατόπιση του σώματος δια το συνολικό χρόνο.

$$U_{\text{ΜΕΣΗ}} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{300}{20} \Rightarrow U_{\text{ΜΕΣΗ}} = 15 \frac{m}{s} \quad (2)$$

Η μετατόπιση  $\Delta X$  υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση  $u = f(t)$ .

(γ) Για να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της  $u = f(t)$  θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στο 10<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο της κίνησής του, η οποία ταχύτητα έχει το ίδιο μέτρο, την ίδια διεύθυνση και φορά μέχρι το 15<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο της κίνησής του, επειδή το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ( $a=0$ ). Έτσι αν συμβολίσουμε την ταχύτητα αυτή σαν  $u_{10}$  τότε:

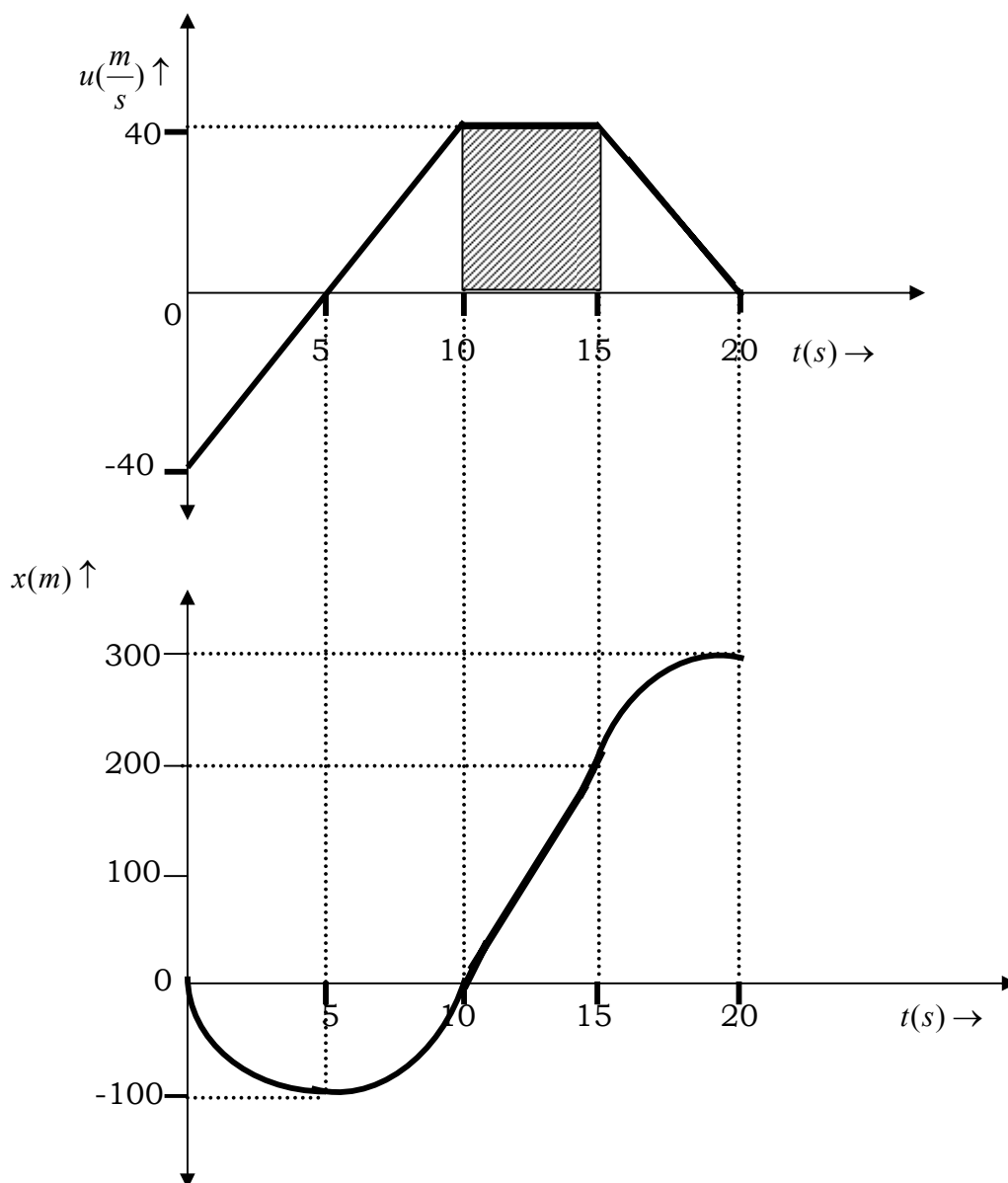
$$u_{10} - u_0 = E(AB\Gamma\Delta) \Rightarrow u_{10} + 40 = 80 \quad (3)$$

Από τη σχέση (3) προκύπτει η ταχύτητα του σώματος στο 10<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο της κίνησής του.

$$u_{10} = 40 \frac{m}{s} \quad (4)$$

Η μετατόπιση  $\Delta X$  για τις διάφορες χρονικές στιγμές βρίσκεται από το Εμβαδόν του διαγράμματος  $u = f(t)$  και του άξονα του χρόνου.

22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

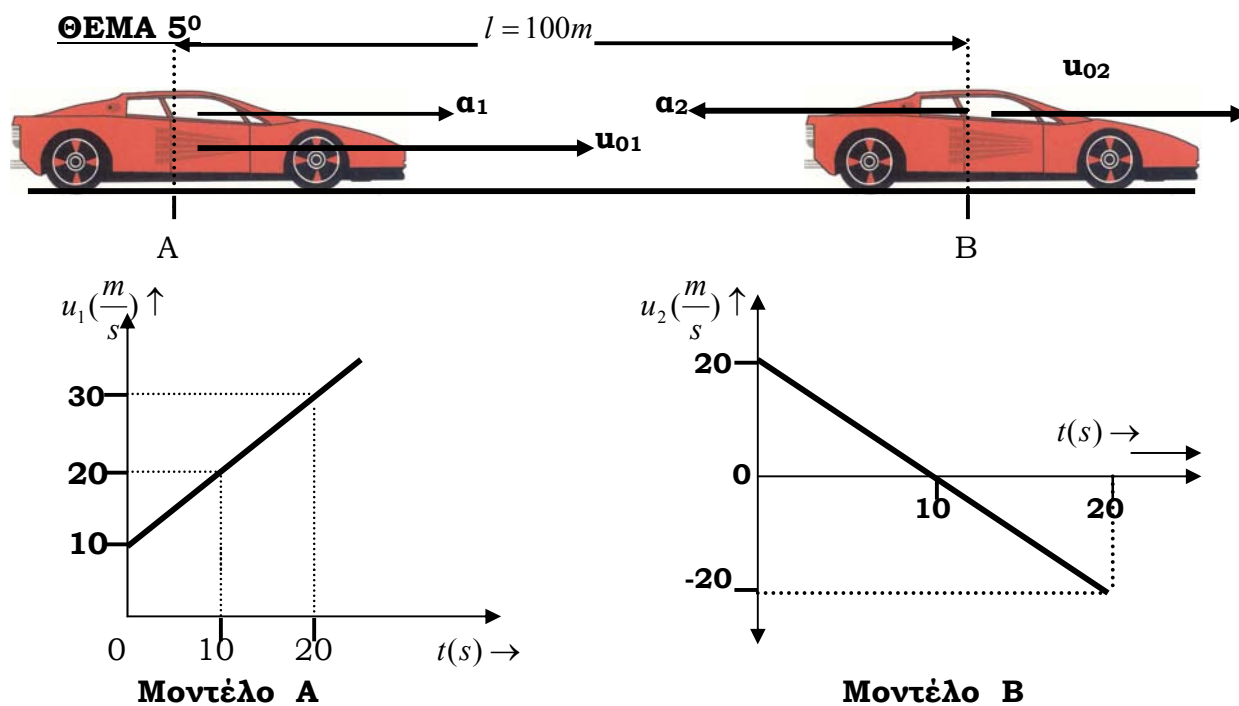


(δ) i) Η Συνισταμένη Δύναμη είναι μηδέν από το  $10^0$  δευτερόλεπτο μέχρι και το  $15^0$  δευτερόλεπτο διότι  $u = \text{σταθερό}, \alpha = 0 \Rightarrow \Sigma F = 0$

(Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα)

ii) Από το  $5^0$  δευτερόλεπτο μέχρι και το  $10^0$  δευτερόλεπτο η ταχύτητα έχει την ίδια φορά με την επιτάχυνση (είναι ομόρροπες). Η επιτάχυνση έχει πάντα την ίδια φορά με τη συνισταμένη δύναμη (Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα), έτσι στο πιο πάνω χρονικό διάστημα η Συνισταμένη Δύναμη και η Ταχύτητα έχουν την ίδια φορά (θετική).

iii) Στα χρονικά διαστήματα από  $0s-5s$  και από  $15s-20s$  η επιτάχυνση (άρα και η δύναμη) έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα.



(α) Υποθέτουμε ότι τα δύο μοντέλα αυτοκινήτων θα συναντηθούν δεξιότερα του Β κάποια χρονική στιγμή  $t$ . Έτσι, κατά τη στιγμή της συνάντησής τους, το μοντέλο αυτοκινήτου Α θα έχει μετατοπιστεί κατά  $X_1$  ενώ το μοντέλο αυτοκινήτου Β θα έχει μετατοπιστεί κατά  $X_2$ . Η σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις  $X_1$  και  $X_2$  τη χρονική στιγμή της συνάντησης είναι:

$$X_1 = l + X_2 \quad (1) \text{ άρα,}$$

$$\Rightarrow (1) \quad u_{01} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 = l + u_{02} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2 \quad (2)$$

Από τις γραφικές παραστάσεις  $u = f(t)$  των δύο μοντέλων αυτοκινήτων προκύπτουν οι αρχικές ταχύτητες και οι επιταχύνσεις τους.

$$u_{01} = 10 \frac{m}{s} \text{ και } u_{02} = 20 \frac{m}{s} \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{\Delta u_1}{\Delta t_1} = \frac{20 - 10}{10 - 0} \Rightarrow a_1 = 1 \frac{m}{s^2} \quad \text{και} \quad a_2 = \frac{\Delta u_2}{\Delta t_2} = \frac{0 - 20}{10 - 0} \Rightarrow a_2 = -2 \frac{m}{s^2} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές που βρίσκουμε από τις εξισώσεις (3) και (4) στην (2) προκύπτει ότι:

$$10t + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t^2 = 100 + 20t - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \quad (5)$$



22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

$$1,5.t^2 - 10.t - 100 = 0 \quad (6) \Rightarrow t = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 600}}{3} \quad (7)$$

Οι δύο λύσεις της εξίσωσης (7) είναι  $t_1 = 12,15s$  (Δεκτή) και  $t_2 = -5,48s$  που είναι αρνητική και απορρίπτεται.

(β) Αντικαθιστούμε το χρόνο  $t_1 = 12,15s$  στην εξίσωση κίνησης του μοντέλου αυτοκινήτου Α για να βρούμε την απόσταση που θα απέχει το σημείο συνάντησης των δύο αυτοκινήτων από το Α.

$$X_1 = u_{01}.t + \frac{1}{2}.a_1.t^2 \Rightarrow X_1 = 10.12,15 + \frac{1}{2}.1.(12,15)^2 = 195,31m \quad (8)$$

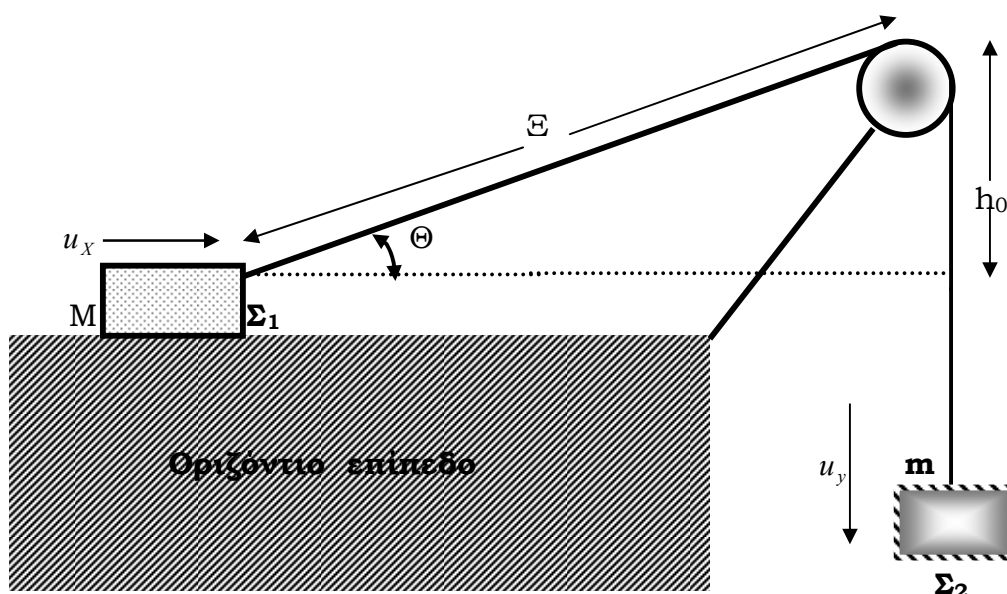
Άρα τα δύο μοντέλα αυτοκινήτου όταν θα συναντηθούν θα απέχουν από το σημείο Α 195,31m.

(γ) Για να βρούμε τις ταχύτητες  $u_1$  και  $u_2$  των δύο μοντέλων αυτοκινήτων κατά τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους, αντικαθιστούμε στις σχέσεις:

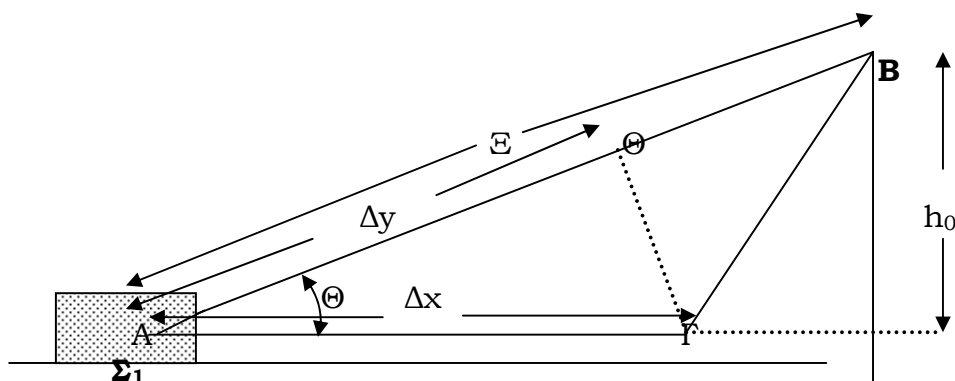
$$u_1 = u_{01} + a_1.t = 10 + 12,15 \Rightarrow u_1 = 22,15 \frac{m}{s} \quad (9)$$

$$u_2 = u_{02} - a_2.t = 20 - 2.12,15 \Rightarrow u_2 = -4,3 \frac{m}{s} \quad (10)$$

**ΘΕΜΑ 6<sup>ο</sup>**



22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου



(α) Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  προχωρήσει κατά μικρή απόσταση  $\Delta x$  το σώμα  $\Sigma_2$  θα κατέβει (θα προχωρήσει προς τα κάτω) κατά απόσταση  $\Delta y$  όπως φαίνεται στο σχήμα.

Για να βρούμε την απόσταση  $\Delta y$  αφαιρούμε από την απόσταση  $AB$  την  $B\Gamma$ .

Επειδή η απόσταση  $\Delta x$  είναι σχετικά μικρή για να βρούμε το  $\Delta y$  φέρνουμε από το  $\Gamma$  κάθετη στο  $AB$ . Η απόσταση  $A\Theta$  είναι ίση με  $\Delta E$ .

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\Delta t}{\Delta t} = \frac{u_y}{u_x} \quad (1)$$

$$u_x = \frac{u_y}{\sigma\upsilon\nu\theta} \text{ και από το σχήμα } \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{\Xi^2 - h_0^2}}{\Xi} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την (2) στην (1) προκύπτει ότι:

$$u_x = \frac{\Xi}{\sqrt{\Xi^2 - h_0^2}} \cdot u_y \Rightarrow u_x = r \cdot u_y \quad (3)$$

(β) Ξεκινούμε από το Β΄ νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = m \cdot a \quad (4)$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (4) για το Σώμα  $\Sigma_1$  και το σώμα  $\Sigma_2$  προκύπτει ότι :

$$W_2 - T = m \cdot a_2 \quad (5) \text{ και } T \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = M \cdot \alpha_1 \quad (6)$$

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{h_0}{\Xi} \Rightarrow \Xi = \frac{h_0}{\eta\mu 30^\circ} = 1,6m \quad (7)$$

Από τα δεδομένα  $r = \frac{\Xi}{\sqrt{\Xi^2 - h_0^2}}$  οπότε

$$r = \frac{1,6}{\sqrt{1,6^2 - 0,8^2}} = 1,155 \quad (8)$$



## 22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

Αφού  $u_x = r.u_y$  τότε παίρνοντας μια μικρή μεταβολή της  $u_x$  και μια μικρή μεταβολή της  $u_y$  διαιρώντας και τα δύο μέλη της ισότητας

$$\text{αυτής με } \Delta t \text{ προκύπτει ότι : } \frac{\Delta u_x}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta u_y}{\Delta t} \quad (9)$$

$$\Rightarrow a_1 = r.a_2 = 1,155.a_2 \quad (10)$$

Από τις εξισώσεις (5) και (6) προκύπτει το σύστημα των πιο κάτω εξισώσεων μετά από τις αντικαταστάσεις:

$$10 - T = 1.a_2 \quad (11) \text{ και } T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.a_1 \quad (12) \text{ ενώ παράλληλα ισχύει και η σχέση}$$

$$a_1 = 1,155.a_2 \quad (10)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (11) και (12) προκύπτει:

$$\frac{10 - T}{T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a_2}{2a_1} \Rightarrow \frac{10 - T}{T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2 \cdot 1,155} \quad (13) \text{ ο λόγος } \frac{a_2}{a_1} \text{ προκύπτει από την (10)}$$

Από την (13) προκύπτει ότι:

$$(10 - T) \cdot 2,31 = T \cdot 0,866 \text{ και } 23,1 - 2,31.T = T \cdot 0,866$$

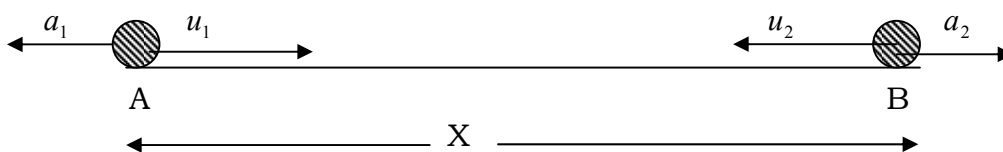
Άρα

$$T = \frac{23,1}{2,31 + 0,866} = 7,27N \quad (14)$$

Έτσι η Τάση  $T$  που αναπτύσσεται στο νήμα είναι 7,27N.

### **ΘΕΜΑ 7<sup>ο</sup>**

Τα δύο μοντέλα αυτοκινήτων περνώντας από το Α και το Β με ταχύτητες  $u_1$  και  $u_2$  αντίστοιχα κάνουν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.



Κατά τη διάρκεια της κίνησής τους και σε χρόνο  $\Delta t$  συναντώνται δύο φορές. Επομένως για να υπολογίσουμε την μεταξύ τους αρχική απόσταση θα πρέπει να λύσουμε την πιο κάτω εξίσωση.

$$X = X_1 + X_2 \quad \text{δηλαδή} \quad X = u_1.t - \frac{1}{2}.a_1.t^2 + u_2.t - \frac{1}{2}.a_2.t^2 \quad (1)$$

22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

$$X = u_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 + u_2 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2 \Rightarrow X = (u_1 + u_2) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2) \cdot t^2 \quad (2)$$

Η εξίσωση 2 είναι δευτεροβάθμια εξίσωση με άγνωστο το χρόνο t.

$$X = (u_1 + u_2) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2) \cdot t^2 \Rightarrow 2x = 2 \cdot (u_1 + u_2) \cdot t - (a_1 + a_2) \cdot t^2 \quad (3)$$

Από την εξίσωση (3) προκύπτει ότι:  $(a_1 + a_2) \cdot t^2 - 2(u_1 + u_2)t + 2x = 0$  (4)

Λύνουμε την εξίσωση (4) ως προς τον χρόνο t:

$$t = \frac{2 \cdot (u_1 + u_2) \pm \sqrt{4 \cdot (u_1 + u_2)^2 - 8x \cdot (a_1 + a_2)}}{2(a_1 + a_2)} \quad (4)$$

Μετά τις απλοποιήσεις η σχέση (4) γίνεται:

$$t = \frac{(u_1 + u_2) \pm \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x \cdot (a_1 + a_2)}}{(a_1 + a_2)} \quad (5)$$

Από την (5) προκύπτουν οι δύο λύσεις της εξίσωσης.

$$t_1 = \frac{(u_1 + u_2) + \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x \cdot (a_1 + a_2)}}{(a_1 + a_2)}, \quad t_2 = \frac{(u_1 + u_2) - \sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x \cdot (a_1 + a_2)}}{(a_1 + a_2)} \quad (6)$$

Άρα το ζητούμενο  $\Delta t$  θα είναι:  $\Delta t = t_1 - t_2$

$$\Delta t = \frac{\cancel{u_1 + u_2}}{a_1 + a_2} + \frac{\sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x(a_1 + a_2)}}{a_1 + a_2} - \left( \frac{\cancel{u_1 + u_2}}{a_1 + a_2} + \frac{\sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x(a_1 + a_2)}}{a_1 + a_2} \right) \quad (7)$$

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{(u_1 + u_2)^2 - 2x \cdot (a_1 + a_2)}}{a_1 + a_2} \quad (8)$$

$$\frac{\Delta t^2 (a_1 + a_2)^2}{4} = (u_1 + u_2)^2 - 2x(a_1 + a_2) \quad (9)$$

$$x = \left( (u_1 + u_2)^2 - \frac{\Delta t^2 \cdot (a_1 + a_2)^2}{4} \right) \cdot \frac{1}{2(a_1 + a_2)} \quad (10)$$

Έτσι, η απόσταση AB βρίσκεται από τη σχέση (10).

**ΘΕΜΑ 8<sup>ο</sup>**

(α) Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σύστημα βάρκας-βαρκάρι υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot a_1 = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot \frac{\Delta u}{\Delta t} \Rightarrow F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot \frac{u_1}{t_1} = \frac{600 \cdot 1,5}{4} \Rightarrow F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 225\text{N} \quad (1)$$

(β) Το μέτρο της δύναμης  $F_1$  που ασκεί η προβλήτα μέσω του σχοινοῦ στο βαρκάρι είναι όσο και το μέτρο της δύναμης  $F_2$  που ασκεί ο βαρκάρις στην προβλήτα μέσω του σχοινοῦ, είναι δηλαδή 300N. Αυτό προκύπτει από τον Γ' νόμο του Νεύτωνα (αξίωμα δράσης-αντίδρασης) αφού οι δύο δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων δράσης-αντίδρασης.

## 22<sup>η</sup> Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής Α΄ Λυκείου

(γ) Η αντίσταση που προβάλλει το νερό πάνω στη βάρκα υπολογίζεται με βάση τη σχέση:

$$F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = F_2 - R \Rightarrow R = F_2 - F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 300 - 225 = 75\text{N} \quad (2)$$

(δ) Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4\text{s}$  η βάρκα και ο βαρκάρης κινούνται προς το μέρος της προβλήτας κάνοντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα (με αρχική ταχύτητα μηδέν). Άρα στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0\text{s}$  μέχρι  $t_1 = 4\text{s}$  θα καλύψει απόσταση  $x_1$  η οποία βρίσκεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1,5}{4}\right) \cdot 16 \Rightarrow x_1 = 3\text{m} \quad (3)$$

Άρα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4\text{s}$  το σύστημα βάρκας - βαρκάρη θα καλύψει απόσταση 3m, δηλαδή θα προσεγγίσει την προβλήτα κατά 3m.

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4\text{s}$  η Δύναμη που ασκεί ο Βαρκάρης στην προβλήτα μηδενίζεται οπότε η βάρκα με τον βαρκάρη κινείται κάνοντας μια ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σύστημα είναι η αντίσταση του νερού  $R$  που είναι σταθερή καθ' όλη την διάρκεια της κίνησης.

Έτσι εφαρμόζοντας τον Β΄ νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι:

$$F_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot \alpha_2 \Rightarrow R = m_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot \alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{R}{m_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{75}{600} \Rightarrow \alpha_2 = 0,125 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (4)$$

Βρίσκουμε τον χρόνο που θα κάνει η βάρκα και ο βαρκάρης κινούμενοι μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά τους.

$$u_2 = u_1 - a_2 \cdot t_2 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{u_1}{a_2} = \frac{1,5}{0,125} \Rightarrow t_2 = 12\text{s} \quad (5)$$

Έτσι το σύστημα βάρκας-βαρκάρη θα κινείται άλλα 12s μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του (υπό την προϋπόθεση ότι δεν θα συναντήσει και συγκρουστεί με την προβλήτα πιο πριν).

Στο πιο πάνω χρονικό διάστημα θα καλύψει απόσταση :

$$x_2 = u_1 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 = 1,5 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 0,125 \cdot 144 \Rightarrow x_2 = 9\text{m} \quad (6)$$

Άρα η βάρκα μαζί με τον βαρκάρη, κινούμενοι για χρονικό διάστημα 16s, θα καλύψουν συνολική απόσταση:

$$X_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = x_1 + x_2 = 3 + 9 = 12\text{m} \quad (7)$$

Άρα η απόσταση που θα καλύψει συνολικά η βάρκα με το βαρκάρη θα είναι 12m. Επειδή η προβλήτα απέχει 14m από την αρχική θέση της βάρκας, δηλαδή απόσταση μεγαλύτερη, η βάρκα με το βαρκάρη δεν θα καταφέρουν να φτάσουν στην προβλήτα.

**ΤΕΛΟΣ**