ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

23^H ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Κυριακή, 5 Απριλίου 2009 Ώρα : 10:00 - 13:00

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1^0

(α) Για να κάνουμε το διάγραμμα της επιτάχυνσης σαν συνάρτηση του χρόνου βρίσκουμε πρώτα την επιτάχυνση που έχει το κινητό στα διάφορα χρονικά διαστήματα της κίνησής του.
Έτσι έχουμε:

$a_1 = \frac{\Delta u}{\Delta t} = 0\frac{m}{s^2}$ (χρονικό διάστημα από 0s μέχρι και 2s) (1)

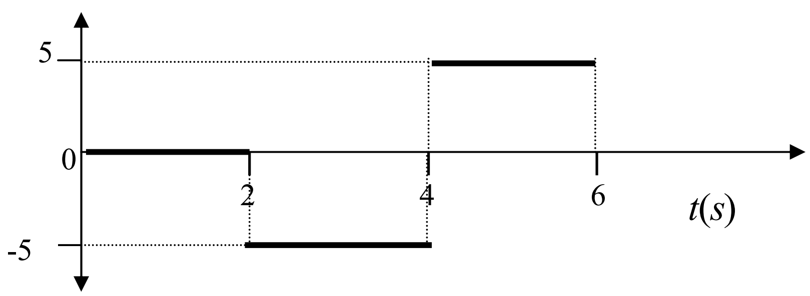
$a_2 = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{0-5}{1} \Rightarrow a_2 = -5\frac{m}{s^2}$ (χρονικό διάστημα από 2s μέχρι και 3s) (2)

$a_3 = a_2 = -5\frac{m}{s^2}$ (χρονικό διάστημα από 3s μέχρι και 4s) (3)

$a_4 = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{0-(-5)}{1} \Rightarrow a_4 = 5\frac{m}{s^2}$ (χρονικό διάστημα από 4s μέχρι και 5s) (4)

$a_5 = a_4 = 5\frac{m}{s^2}$ (χρονικό διάστημα από 5s μέχρι και 6s) (5)

Με τις τιμές τις επιτάχυνσης όπως αυτές προέκυψαν από τις σχέσεις 1-5 κατασκευάζουμε το διάγραμμα $a = f(t)$



(β) Για να κάνουμε το διάγραμμα της θέσης X και του χρόνου t, υπολογίζουμε τη θέση που έχει το σώμα κινούμενο από τα 0s μέχρι και τα 6s και έχοντας υπόψη μας ότι η αρχική του θέση είναι $x_0 = -5m$.

$$\Delta\chi_1 = 5.2 = 10m \Rightarrow \chi_1 = \chi_0 + \Delta\chi_1 = -5 + 10 \Rightarrow \chi_1 = 5m \ (6)$$

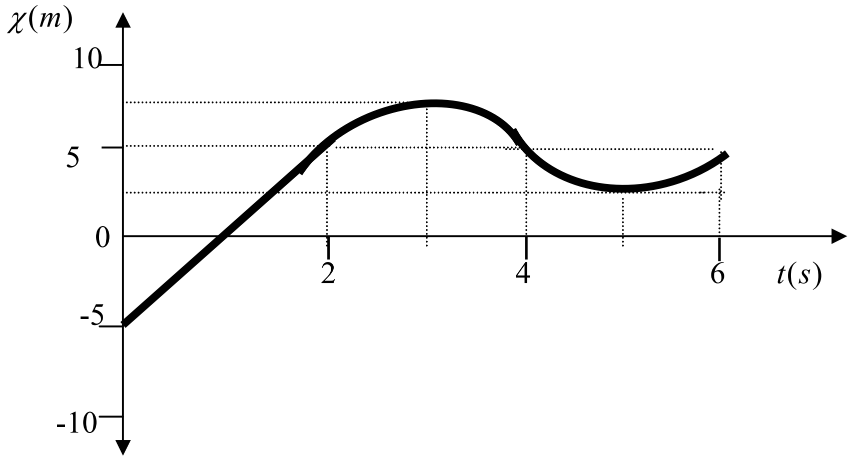
$$\Delta\chi_2 = \frac{5.1}{2} = 2{,}5m \Rightarrow \chi_2 = \chi_1 + \Delta\chi_2 = 5 + 2{,}5 \Rightarrow \chi_2 = 7{,}5m \ (7)$$

$$\Delta\chi_3 = \frac{-5.1}{2} = -2{,}5m \Rightarrow \chi_3 = \chi_2 + \Delta\chi_3 = 7{,}5 - 2{,}5 \Rightarrow \chi_3 = 5m \ (8)$$

$$\Delta\chi_4 = \frac{-5.1}{2} = -2{,}5m \Rightarrow \chi_4 = \chi_3 + \Delta\chi_4 = 5 - 2{,}5 \Rightarrow \chi_4 = 2{,}5m \ (9)$$

$$\Delta\chi_5 = \frac{5.1}{2} = 2{,}5m \Rightarrow \chi_5 = \chi_4 + \Delta\chi_5 = 2{,}5 + 2{,}5 \Rightarrow \chi_5 = 5m \ (10)$$

Με τις τιμές που προέκυψαν από τις σχέσεις 6-10 κατασκευάζουμε το διάγραμμα $\chi = f(t)$.



(γ) Το συνολικό διάστημα που διάνυσε το σώμα κινούμενο στο χρονικό διάστημα από 0s μέχρι 6s βρίσκεται με τη βοήθεια της σχέσης (11).

$$\chi_{ΟΛΙΚΟ} = \Delta\chi_1 + \Delta\chi_2 + |\Delta\chi_3| + |\Delta\chi_4| + \Delta\chi_5 = 10 + 2{,}5 + 2{,}5 + 2{,}5 + 2{,}5 \Rightarrow \chi_{ΟΛΙΚΟ} = 20m$$

(11)

(δ) Το μέτρο της μετατόπισης βρίσκεται με τη βοήθεια της σχέσης 12.

$$\Delta\chi = \Delta\chi_1 + \cancel{\Delta\chi_2} + \cancel{\Delta\chi_3} + \cancel{\Delta\chi_4} + \cancel{\Delta\chi_5} \Rightarrow \Delta\chi = \Delta\chi_1 = 10m \ (12)$$

ΘΕΜΑ 2^0

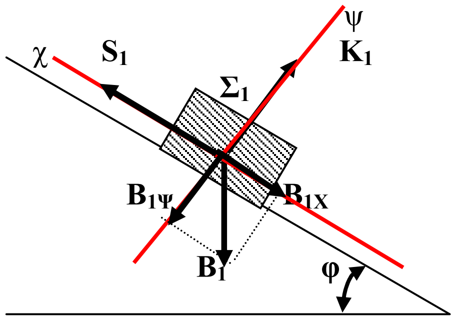
(α) Για να υπολογίσουμε τις τάσεις S_1 και S_2 που αναπτύσσονται στα νήματα N_1 και N_2 αντίστοιχα αναλύουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα Σ_1 και Σ_2.
Από το σχήμα 1 προκύπτουν οι πιο κάτω σχέσεις:

$\Sigma F = m_1.a$ (1)

$(1) \Rightarrow \Sigma F_X = m_1.a \Rightarrow B_{1X} - S_1 = m_1.a$

$\Rightarrow B_1.\eta\mu\phi - S_1 = m_1.a \Rightarrow S_1 = B_1.\eta\mu\phi - m_1.a$

$\Rightarrow S_1 = 20.0{,}6 - 2.1 = 12 - 2 \Rightarrow S_1 = 10N$ (2)



Σχήμα 1

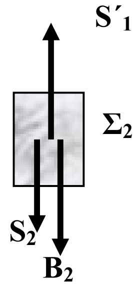
Από το σχήμα 2 προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$\Sigma F = m_2.a \Rightarrow S'_1 - S_2 - B_2 = m_2.a$ (3)

$\Rightarrow S_2 = S'_1 - B_2 - m_2.a$ (4)

Από τη σχέση (4) προκύπτει ότι:

$S_2 = 10 - 5 - 0{,}5.1 \Rightarrow S_2 = 4{,}5N$ (5)



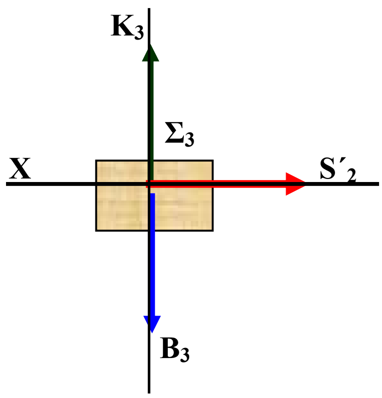
Σχήμα 2

(β) Για να υπολογίσουμε τη μάζα m_3 του στερεού Σ_3 σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα αυτό, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.

Από το σχήμα 3 προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$\Sigma F = m_3.a \Rightarrow S'_2 = m_3.a$ (6)

$$\Rightarrow m_3 = \frac{S'_2}{\alpha} \Rightarrow m_3 = \frac{4{,}5}{1} = 4{,}5Kg \ (7)$$



Σχήμα 3

(γ) Για να υπολογίσουμε το διάστημα που θα καλύψουν τα σώματα Σ_2 και Σ_3 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα N_1 μέχρι και τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του Σ_2 , υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 κατά τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα N_1,καθώς και τον χρόνο ανόδου του Σ_2.

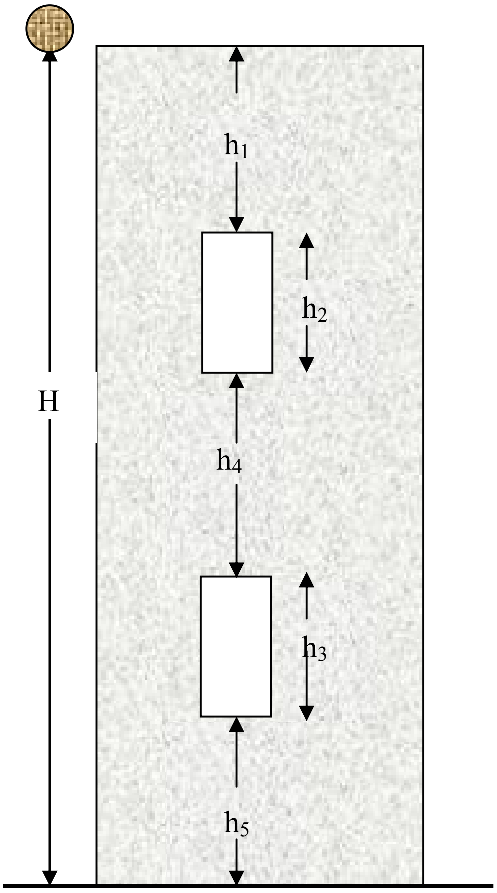
(i) $u_0 = a.t = 1.2 \Rightarrow u_0 = 2\dfrac{m}{s}$ (8) $\quad u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} = 0 \Rightarrow u_{\text{ΤΕΛΙΚΟ}} = u_0 - g.t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} \Rightarrow t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = \dfrac{u_0}{g}$

$\Rightarrow t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = \dfrac{2}{10} = 0{,}2s$ (9) $\Rightarrow h_{\max} = u_0.t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} - \dfrac{1}{2}.g.t^2{}_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}}$ (10)

$\Rightarrow h_{\max} = 0{,}2m$ (11)

(ii) $\chi_3 = u_0.t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = 2.0{,}2 \Rightarrow \chi_3 = 0{,}4m$ (12)

ΘΕΜΑ 3^0



Έδαφος

(α) Η μπάλα καλύπτει την απόσταση H κάνοντας ελεύθερη πτώση. Ο χρόνος που κάνει για να καλύψει την απόσταση h_1 είναι t_1 ενώ ο χρόνος που κάνει για να καλύψει την απόσταση $h_1 + h_2$ είναι $t_1 + t_2$.Έτσι:

$h_1 = \dfrac{1}{2}.g.t_1^{\,2}$ και $h_1 + h_2 = \dfrac{1}{2}.g.(t_1 + t_2)^2$ (1)

Λύνουμε το σύστημα των δύο αυτών εξισώσεων , αντικαθιστώντας το h_1 στη δεύτερη εξίσωση, οπότε προκύπτει:

$\cancel{\dfrac{1}{2}.g.t_1^{\,2}} + h_2 = \cancel{\dfrac{1}{2}.g.t_1^{\,2}} + \dfrac{1}{2}.g.t_2^{\,2} + g.t_1.t_2$ (2)

Αντικαθιστώντας στην σχέση 2 προκύπτει ο χρόνος t_1.

$2 = 5.0{,}4^2 + 10.0{,}4.t_1 \Rightarrow t_1 = 0{,}3s$ (3)

$\Rightarrow h_1 = \dfrac{1}{2}.10.0{,}3^2 = 0{,}45m$

Από το σχήμα προκύπτει το σύστημα των δύο πιο κάτω εξισώσεων:

$h_1 + h_2 + h_4 = \dfrac{1}{2}.g.(t_1 + t_2 + t_4)^2$ (4)

$h_1 + h_2 + h_4 + h_3 = \dfrac{1}{2}.g.(t_1 + t_2 + t_4 + t_3)^2$ (5)

Από την εξίσωση 4 με αντικατάσταση προκύπτει:

$0{,}45 + h_4 + 2 = 5(0{,}3 + 0{,}4 + t_4)^2 \Rightarrow 2{,}45 + h_4 = 5(0{,}7 + t_4)^2$ (6)

Από τη σχέση 5 προκύπτουν μετά από αντικατάσταση τα ακόλουθα:

$2{,}45 + h_4 + 2 = 5(0{,}85 + t_4)^2 \Rightarrow 4{,}45 + 5(0{,}7 + t_4)^2 - 2{,}45 = 5(0{,}85 + t_4)^2$ (7)

Λύνουμε την εξίσωση ως προς τον άγνωστο χρόνο t_4

$2+2{,}45+\cancel{5t_4^2}+7t_4=3{,}6125+\cancel{5t_4^2}+8{,}5t_4 \;\Rightarrow t_4=0{,}56s\,(8)$

Από την $4 \Rightarrow 0{,}45+2+h_4=5(0{,}3+0{,}4+0{,}56)^2\,(9)$

$h_4=5{,}49m\,(10)$

$H=h_1+h_2+h_4+h_3+h_5=0{,}45+2+5{,}49+2+3=12{,}94m\,(11)$

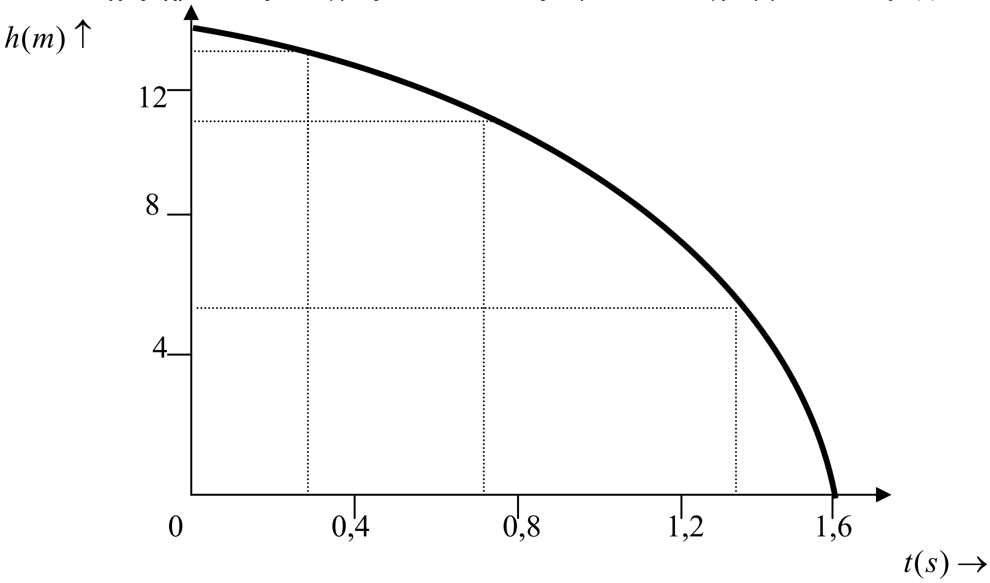
(β) Ο χρόνος που χρειάζεται η μπάλα για να διανύσει την απόσταση H βρίσκεται από την επίλυση της εξίσωσης (12).

$$H=\frac{1}{2}.g.t^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{\frac{2.12{,}94}{10}} \Rightarrow t=1{,}61s \quad (12)$$

(γ) Η ταχύτητα με την οποία η μπάλα συναντά το έδαφος προκύπτει σαν η λύση της εξίσωσης (13).

$$u=g.t=16\frac{m}{s} \quad (13)$$

(δ) Χρησιμοποιώντας τις διάφορες τιμές του ύψους που βρήκαμε και τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές κατασκευάζουμε το διάγραμμα $h=f(t)$.

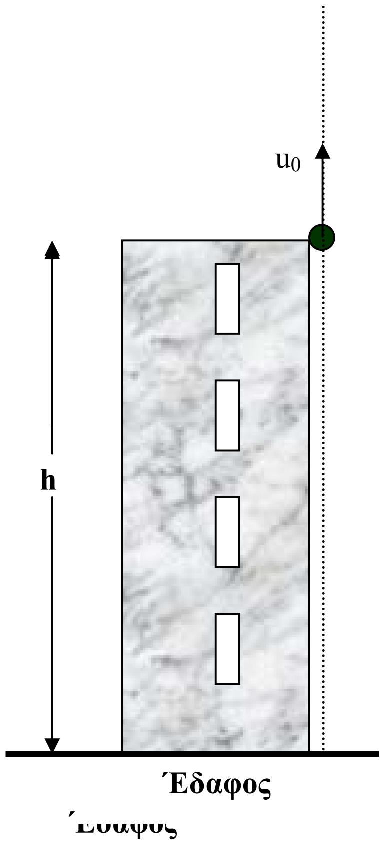


ΘΕΜΑ 4^0

(α) Το μέτρο της δύναμης F_1 που ασκεί το αυτοκίνητο Β στο Α τη στιγμή της μετωπικής σύγκρουσης είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης F_2 που ασκεί την ίδια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο Α στο Β σύμφωνα με τον Γ΄ νόμο του Νεύτωνα Άρα $|F_1|=|F_2|$.

(β) Το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αυτοκινήτου Α είναι ίσο με το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αυτοκινήτου Β κατά τη διάρκεια της μετωπικής σύγκρουσης. Έτσι, $\Delta u_A=\Delta u_B$ αφού $|F_1|=|F_2| \Rightarrow \cancel{m_A}.\frac{\Delta u_A}{\cancel{\Delta t}}=\cancel{m_B}.\frac{\Delta u_B}{\cancel{\Delta t}}$

<u>ΘΕΜΑ 5^0</u>



(α) Για να βρούμε το συνολικό χρόνο που έκανε η σφαίρα από τη στιγμή της εκτόξευσής της μέχρι που θα φτάσει στο έδαφος λύνουμε τη σχέση 1.

$$y = u_0 . t - \frac{1}{2} . g . t^2 \quad (1)$$

$$-60 = 20t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 20t - 60 = 0 \; (2)$$

$$t^2 - 4t - 12 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{2}$$

$t_1 = 6s$ Αποδεκτή λύση, $t_2 = -2s$ Απορρίπτεται

Άρα ο συνολικός χρόνος που έκανε για να φτάσει στο έδαφος είναι 6s.

(β) Χρησιμοποιούμε πάλιν την ίδια σχέση (σχέση 1)

$$y = u_0 . t - \frac{1}{2} . g . t^2$$

$$\Rightarrow 15 = 20t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 20t + 15 = 0 \; (2)$$

Απλοποιώντας προκύπτει ότι:

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \; (3)$$

Οπότε από την (3)

$t_3 = 1s \qquad t_4 = 3s$ (4)

Έτσι η σφαίρα θα βρίσκεται 75m πάνω από το έδαφος τις χρονικές στιγμές $t_3 = 1s$ και $t_4 = 3s$.

(γ) Λύνουμε ξανά τη σχέση:

$$y = u_0 . t - \frac{1}{2} . g . t^2 \Rightarrow -25 = 20t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \; (5)$$

Λύνουμε την (5) ως προς t.

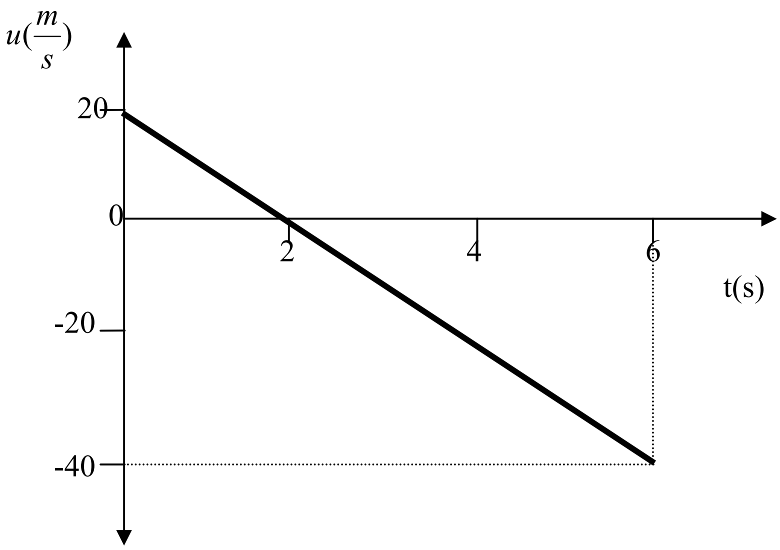
$t = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2}$ οπότε $t_5 = 5s$ Αποδεκτή $t_6 = -1s$ Απορρίπτεται.

Αφού βρήκαμε τον χρόνο που κάνει η σφαίρα υπολογίζουμε την ταχύτητά της από τη σχέση (6)

$$u = u_0 - g . t = 20 - 10.5 = -30 \frac{m}{s} \; (6)$$

Άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι $30 \dfrac{m}{s}$

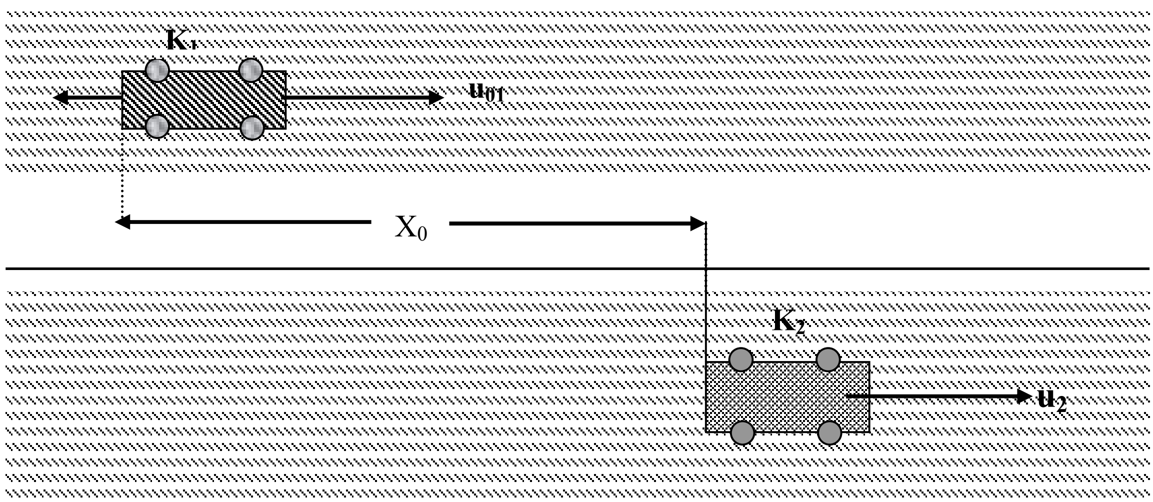
(δ) Με τις τιμές της ταχύτητας που ήδη έχουμε, κατασκευάζουμε το διάγραμμα $u = f(t)$ για το χρονικό διάστημα από 0s μέχρι και 6s.



$$u_{\text{ΕΔΑΦΟΥΣ}} = u_0 - g.t_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 20 - 10.6 \Rightarrow u_{\text{ΕΔΑΦΟΥΣ}} = -40\frac{m}{s}$$

ΘΕΜΑ 6⁰

Για να υπολογίσουμε τις δύο θέσεις χ_α και χ_β που τα δύο μοντέλα αυτοκινήτων θα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (1). Από τις λύσεις των δύο εξισώσεων θα προκύψουν οι χρόνοι t_α και t_β που κάνουν τα δύο μοντέλα αυτοκινήτων K_1, K_2 ώσπου να συναντηθούν.



$\chi = u_{01}.t - \frac{1}{2}.a_1.t^2 \qquad \chi = \chi_0 + u_2.t$ (1)

$(1) \Rightarrow u_{01}.t - \frac{1}{2}.a_1.t^2 = \chi_0 + u_2.t \Rightarrow 30t - 0{,}18t^2 = 50 + 20t$ (2)

$0{,}18t^2 - 10t + 50 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{0{,}36}$

Άρα $t_a = 5{,}55s$ και $t_\beta = 50s$

Αντικαθιστώντας τις πιο πάνω τιμές στις εξισώσεις (1) προκύπτουν οι δύο θέσεις χ_α και χ_β.

$\chi_\alpha = 50 + 20.5{,}55 = 161m$

$\chi_\beta = 50 + 20.50 = 1050m$

Έτσι, τα δύο μοντέλα αυτοκινήτων K_1 και K_2 θα βρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο για πρώτη φορά όταν θα απέχουν 161m από τη θέση X=0 και θα ξαναβρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο για δεύτερη φορά όταν θα απέχουν 1050m από το ίδιο σημείο.

(β) Για να βρούμε τις ταχύτητες u_a και u_β που θα έχει το K_1 όταν θα βρίσκεται δίπλα από το K_2 λύνουμε την εξίσωση (3)

$u = u_{01} - a_1.t$ (3)

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση 3 τους χρόνους $t_a = 5{,}55s$ και $t_\beta = 50s$ προκύπτουν οι πιο κάτω ταχύτητες:

$u_a = 30 - 0{,}36.5{,}55 = 28\frac{m}{s}$ και $u_\beta = 30 - 0{,}36.50 = 12\frac{m}{s}$

(γ) Για να βρούμε τη επιβράδυνση που πρέπει να έχει το K_1 για να βρεθεί δίπλα στο K_2 μια μόνο φορά θα λύσουμε την πιο κάτω εξίσωση.

Για να βρεθούν μόνο μια φορά το ένα δίπλα στο άλλο θα πρέπει η Δ της δευτεροβάθμιας εξίσωσης να είναι ίση με μηδέν.

$30t - \frac{1}{2}.a'_1.t^2 = 50 + 20t \Rightarrow \frac{1}{2}a'_1.t^2 - 10t + 50 = 0 \Rightarrow a'_1.t^2 - 20t + 100 = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow 400 - 4a'_1.100 = 0 \Rightarrow a'_1 = 1\frac{m}{s^2}$

(δ) Για να βρούμε την ταχύτητα που θα πρέπει να έχει το K_1 όταν θα βρεθεί για μια μόνο φορά δίπλα από το K_2 θα πρέπει να λύσουμε την ίδια , όπως και στο ερώτημα (γ), εξίσωση ως προς το χρόνο.

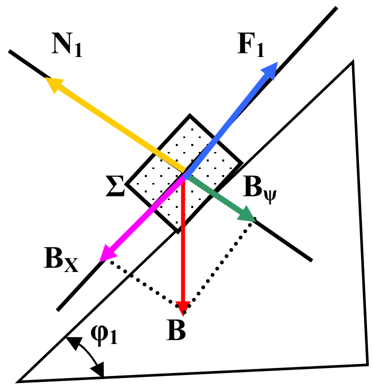
$t^2 - 20t + 100 = 0$

$t = \dfrac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{2} \Rightarrow t = 10s$ (4)

$u_1 = u_{01} - a'_1.t = 30 - 1.10 \Rightarrow u_1 = 20\frac{m}{s}$ (4)

ΘΕΜΑ 7^0

Σχήμα 1



(α) Το παιδί για να καταφέρει να μεταφέρει το Σ προς το μέρος του με σταθερή ταχύτητα, ασκώντας πάνω σε αυτό σταθερή δύναμη μέτρου $\mathbf{F_1}$, θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο Σ κατά τον άξονα χ και κατά τον άξονα ψ να είναι ίση με μηδέν $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Sigma F_\chi = 0$ (1) και $\Sigma F_\psi = 0$ (2)

$(1) \Rightarrow F_1 - B_\chi = 0 \Rightarrow F_1 - B.\eta\mu\phi_1 = 0 \Rightarrow$

$$F_1 = B.\eta\mu\phi_1 \Rightarrow \eta\mu\phi_1 = \frac{F_1}{B} = \frac{100}{200} \Rightarrow \eta\mu\phi_1 = \frac{1}{2}$$

Οπότε $\phi_1 = 30^0$ (2)

(β) Από το ίδιο σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε και το μέτρο της αντίδρασης του επιπέδου N_1.
Με βάση το σχήμα 1 και τη εξίσωση (2) προκύπτει:

$$\Sigma F_\psi = 0 \Rightarrow N_1 - B_\psi = 0 \Rightarrow N_1 - B\sigma\upsilon\nu\phi_1 = 0 \Rightarrow N_1 = B\sigma\upsilon\nu\phi_1 \Rightarrow N_1 = 200\frac{\sqrt{3}}{2} = 100.\sqrt{3}$$

$\Rightarrow N_1 = 173{,}20\text{N}$ (3)

(γ) Βασιζόμενοι και πάλιν στο ίδιο σχήμα μπορούμε να υπολογίσουμε τη δύναμη F_2 που πρέπει να ασκήσει το παιδί στο σώμα Σ για να καταφέρει να μεταφέρει με σταθερή ταχύτητα προς το μέρος του, όταν η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου γίνει ίση με $\phi_2 = \frac{\phi_1}{2}$.

$$\Sigma F_\chi = 0 \Rightarrow F_2 - B'_\chi = 0 \Rightarrow F_2 = B'_\chi \Rightarrow F_2 = B.\eta\mu\phi_2 \Rightarrow F_2 = 200.\eta\mu 15^0 = 51{,}76\text{N} \quad (4)$$