ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

23 Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (Επαναληπτικός Διαγωνισμός)

Κυριακή, 05 Απριλίου, 2009, **Ώρα: 10.00 – 13.00**

Προτεινόμενες Λύσεις

<u>ΘΕΜΑ 1 (20 μονάδες)</u>

α. <u>Είδος κίνησης ράβδου:</u>

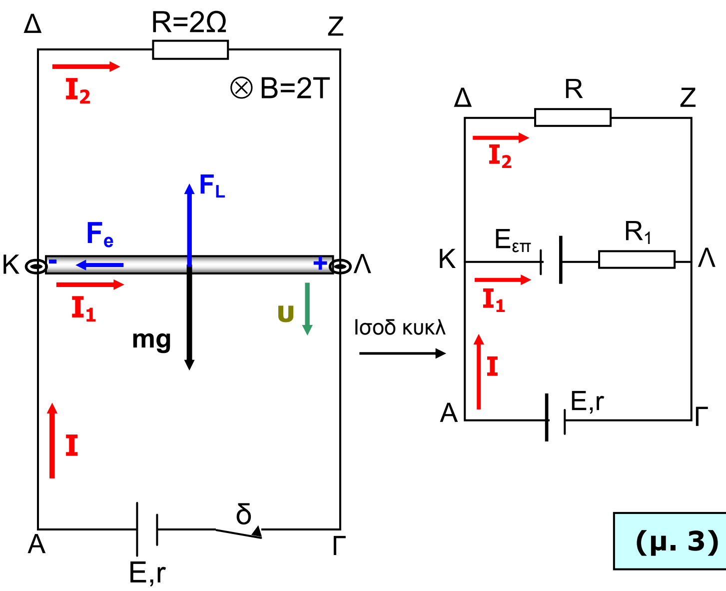
Τη χρονική στιγμή t=0s η ράβδος αφήνεται ελεύθερη και κλείνει το κύκλωμα οπότε διαρρέεται από ρεύμα I_1. Στη ράβδο τότε ασκούνται το βάρος της mg=20N και η δύναμη Laplace $F_L=B.I_1.\ell$ με αντίθετη κατεύθυνση και με μέτρο που υπολογίζεται ως εξής:

$I=\dfrac{E}{R_{ολ}}$ όπου $R_{ολ}=r+\dfrac{R.R_1}{R+R_1}=2\Omega \Rightarrow$

$I=\dfrac{28}{2}=14A$, αλλά $I=I_1+I_2=14A$ και

$I_1=I_2 \Rightarrow$ $I_1=I_2=7A$. Επομένως

$F_L=B.I_1.\ell \Rightarrow$ $F_L=2.7.1=14N$ και $mg>F_L$.



(μ. 3)

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να αρχίσει να επιταχύνεται προς τα κάτω και θα ισχύει: $\Sigma F=m.a \Rightarrow mg-F_L=m.a \Rightarrow mg-B.I_1.\ell=m.a$

Στα άκρα της ράβδου θα εμφανιστεί λόγω του νόμου του Faraday, επαγωγική τάση με το άκρο Κ αρνητικό και το άκρο Λ θετικό. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η ράβδος να διαρρέεται από ρεύμα μεγαλύτερης έντασης. Το αποτέλεσμα τελικά είναι η αύξηση του μέτρου της δύναμης Laplace. Αυτό θα συμβαίνει μέχρι η F_L να γίνει ίσου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης με το βάρος της ράβδου. Η συνισταμένη δύναμη στη ράβδο θα ισούται τότε με ΣF=0.

Η κίνηση της ράβδου θα είναι αρχικά επιταχυνόμενη, με επιτάχυνση που μειώνεται συνεχώς και όταν η συνισταμένη δύναμη που θα ασκείται στη ράβδο μηδενιστεί, θα κινείται με ομαλή ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή, οριακή ταχύτητα.

(μ. 4)

β. Οριακή ταχύτητα ράβδου:

Οριακή ταχύτητα αποκτά η ράβδος όταν $\Sigma F = mg - F_L = 0 \Rightarrow B.I_1.\ell = mg \Rightarrow I_1 = 10A$
Από το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε: $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 10 + I_2 \quad (1)$
Για το κύκλωμα ισχύει: $V_{\Delta Z} = V_{K\Lambda} = V_{A\Gamma} \Rightarrow I_2R = I_1R_1 - E_{\varepsilon\pi} = E - Ir \Rightarrow I_2R = I_1R_1 - B.\ell.\upsilon_{o\rho} = E - Ir$,
$I_2R = E - Ir \Rightarrow$ και σε συνδιασμό με τη σχέση (1) $2I_2 = 28 - 10 - I_2 \Rightarrow I_2 = 6A$

$$2I_2 = 20 - 2.\upsilon_{o\rho} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{20 - 2.6}{2} = \frac{8}{2} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{o\rho} = 4m/s}$$

(μ. 7)

γ. Επιβεβαίωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας:

Από τη στιγμή που η ράβδος θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα και μετά, στο κύκλωμα προσφέρεται ενέργεια από την πηγή Ε και μηχανική ενέργεια λόγω μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της ράβδου. Η προσφερόμενη ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος εφόσον η κινητική ενέργεια της ράβδου θα παραμένει σταθερή.

(μ. 1)

Η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που καταναλώνεται λόγω φαινομένου Joule στις αντιστάσεις του κυκλώματος όταν η ράβδος αποκτήσει οριακή ταχύτητα είναι:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I^2.r + I_1^2.R_1 + I_2^2.R = 16^2.1 + 10^2.2 + 6^2.2 = 256 + 200 + 72 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = 528J/s}$$

(μ. 2)

Ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας που προσφέρεται από τη ράβδο στο κύκλωμα είναι:

$$\frac{\Delta E_{\delta\beta\alpha\rho}}{\Delta t} = mg\upsilon_{o\rho} = 2.10.4 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta E_{\delta\beta\alpha\rho}}{\Delta t} = 80J/s}$$

(μ. 1)

Η ηλεκτρική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα είναι:

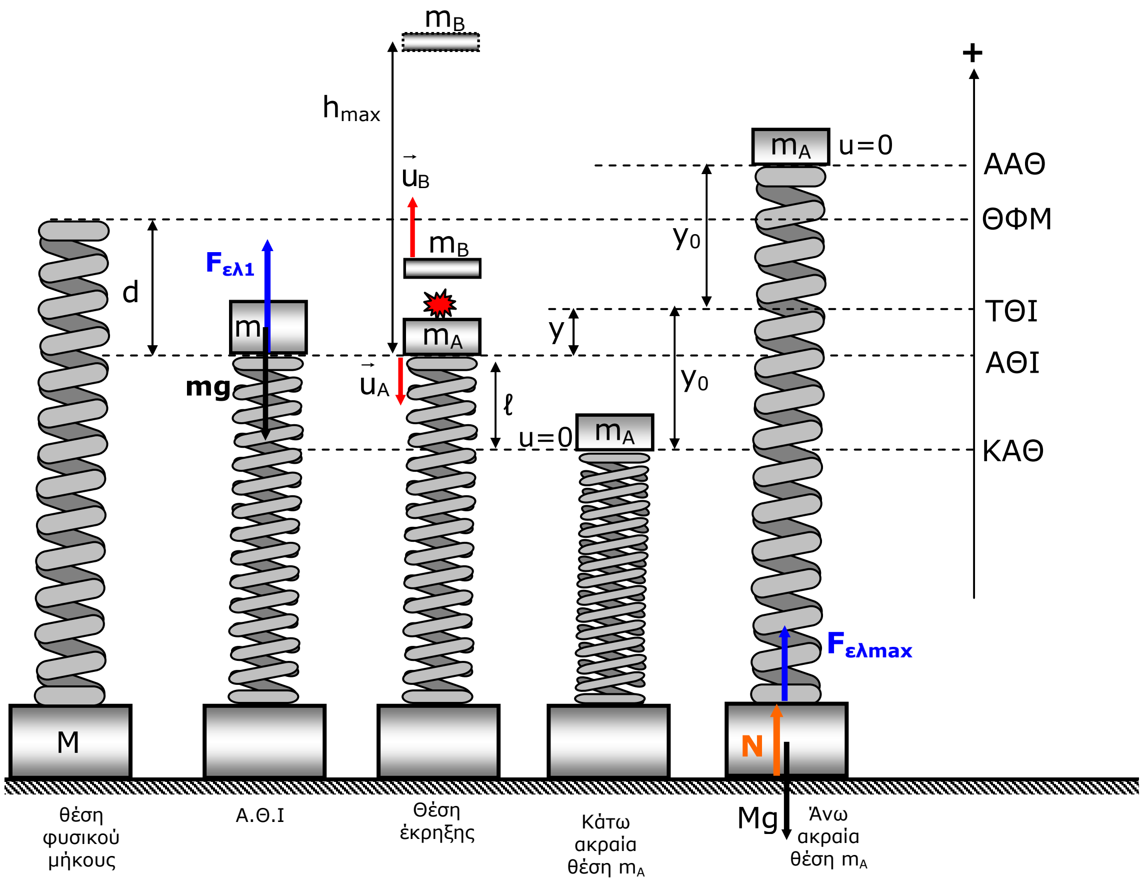
$$\frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} = E.I = 28.16 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} = 448J/s}$$

(μ. 1)

$$\boxed{\frac{\Delta W_{\eta\lambda}}{\Delta t} + \frac{\Delta E_{\delta\beta\alpha\rho}}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}} \Rightarrow \boxed{\text{Αρχή διατήρησης της ενέργειας}}$$

(μ. 1)

ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες)



α. Εξίσωση απομάκρυνσης σώματος m_A

Μετά την έκρηξη το σώμα m_A εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση με τελική θέση ισορροπίας (ΤΘΙ) η οποία θα ανέβει κατά y πάνω από την αρχική θέση ισορροπίας εξ αιτίας της αποχώρησης της μάζας m_B. Το ελατήριο δηλαδή θα ανέβει (αποσυσπειρωθεί) κατά y όπου

$y = \frac{m_B . g}{k} = \frac{1.10}{200} \Rightarrow \boxed{y = 0,05m}$ **(μ. 1)**

Το πλάτος y_o της ταλάντωσης θα είναι είναι ίσο με $\boxed{y_0 = y + \ell = 0,05 + 0,1 = 0,15m}$ **(μ. 2)**

Η κυκλική συχνότητα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_A}} = \sqrt{\frac{200}{2}} \Rightarrow \boxed{\omega = 10rad/s}$ **(μ. 1)**

Τη χρονική στιγμή t=0s, το σώμα m_A έχει απομάκρυνση y=-0,05m από τη θέση ισορροπίας και αρνητική ταχύτητα διότι κινείται προς τα κάτω. Η εξίσωση της ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο-μάζα m_A είναι:

$y = y_0 \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow -0,05 = 0,15\eta\mu(\phi_0) \Rightarrow \phi_0 = -0,339rad(\alpha\pi o\rho)$ ή **(μ. 2)**

$\phi_0 = 1,108\pi rad = 3,48rad(\Delta\varepsilon\kappa\tau\eta)$

Τελικά προκύπτει ότι: $\boxed{y = 0,15\eta\mu(10t + 3,48)}$ **(μ. 1)**

β. Διερεύνηση αν το σώμα Μ χάνει επαφή κατά την ταλάντωση του m_A

Το σώμα βρίσκεται αρχικά σε μια αρχική θέση ισορροπίας (ΑΘΙ), στην οποία το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά d από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ).

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda 1} = mg \Rightarrow d = \frac{mg}{k} \Rightarrow \boxed{d = 0{,}15m}$$

(μ. 1)

Στο σώμα μάζας Μ ασκείται από το ελατήριο η μέγιστη δυνατή δύναμη $F_{\varepsilon\lambda max}$ με φορά προς τα πάνω, όταν το σώμα Α βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση, η οποία είναι πιο πάνω από τη θέση φυσικού μήκους (ΘΦΜ) του ελατηρίου κατά απόσταση y_0 +y-d=0,15+0,05-0,15=0,05m.

(μ. 2)

Επομένως $F_{\varepsilon\lambda\, max} = k(y_0 + y - d) = 200.0{,}05 \Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda\, max} = 10N}$

(μ. 2)

Για το σώμα ισχύει: $N+F_{\varepsilon\lambda}=Mg$ και θα έχανε την επαφή του με το δάπεδο αν ήταν N=0, δηλ αν $F_{\varepsilon\lambda}=Mg=50N$. Αυτό δεν ισχύει αφού $F_{\varepsilon\lambda max}$ =10N, άρα δεν χάνει επαφή.

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός μέγιστου ύψους

Η ταχύτητα του τμήματος Α αμέσως μετά την έκρηξη υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2}.m.u_A^2 + \frac{1}{2}.ky^2 = \frac{1}{2}ky_0^2 \Rightarrow u_A = \sqrt{\frac{k(y_0^2 - y^2)}{m_A}} = \sqrt{\frac{200(0{,}15)^2 - 0{,}05^2)}{2}} \Rightarrow \boxed{u_A = \sqrt{2}m/s}$$

(μ. 2)

με φορά προς τα κάτω.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την έκρηξη υπολογίζεται η ταχύτητα του τμήματος m_B :

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_A.\vec{u}_A + m_B.\vec{u}_B \Rightarrow 0 = -2\sqrt{2} + 1.\vec{u}_B \Rightarrow \boxed{\vec{u}_B = +2\sqrt{2}m/s}$$

(μ. 2)

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος m_B στον αέρα ισχύει:

$$\frac{1}{2}m_B.u_B^2 = mgh_{max} \Rightarrow h_{max} = \frac{u_B^2}{2g} \Rightarrow h_{max} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{20} \Rightarrow \boxed{h_{max} = 0{,}4m}$$

(μ. 2)

ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

α. Εξίσωση στάσιμου κύματος:

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος με σημείο αναφοράς x=0 το σημείο Ο (κοιλία) είναι:

$$y = 2y_0 \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda}.\eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$2y_0 = 10cm \Rightarrow y_0 = 5cm$$

$$\frac{\lambda}{2} = 4cm \Rightarrow \lambda = 8cm$$

$$\upsilon = \frac{x}{t_1} = \frac{6}{3} = 2m/s$$

$$T = \frac{\lambda}{\upsilon} = \frac{8}{2} = 4s$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} y = 10\sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{4} \eta\mu \frac{\pi t}{2} \\ y, x \to cm, t \to s \end{array}}$$

(μ. 3)

Τα δύο κύματα που το δημιούργησαν έχουν εξισώσεις:

$$y_1 = y_0 \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 5\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{4} - \frac{x}{8}\right)$$

$$y_2 = y_0 \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = 5\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{4} + \frac{x}{8}\right) \qquad y, x \to cm, t \to s$$

(μ. 1)

β. Ενέργεια του υλικού σημείου x=7cm τις χρονικές στιγμές t_1=3s και t_2=6s

Για t_1=3s δεν άρχισε η συμβολή στο σημείο x=7cm, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι 5cm.

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 y_0^2 = \frac{1}{2} 2.10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 25.10^{-4} \Rightarrow \boxed{E=6,25.10^{-6} J}$$

(μ. 2)

Για t=6s το στάσιμο κύμα κάλυψε απόσταση ut_2 και καταλαμβάνει έκταση από -12cm μέχρι +12cm άρα άρχισε η συμβολή στη θέση x=7cm. Το πλάτος ταλάντωσης του υλικού αυτού σημείου είναι:

$$y_0'(x) = 2y_0 \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} = 10\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi 7}{8} = 10\sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{4} = 10\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}cm = 7,07.10^{-2} m$$

(μ. 2)

Επομένως η ενέργεια είναι:

$$E' = \frac{1}{2} m.\omega^2 y_0'^2 = \frac{1}{2}.2.10^{-3} \frac{\pi^2}{4} 50.10^{-4} \Rightarrow \boxed{E΄=12,5.10^{-6} J}$$

(μ. 1)

γ. Διαφορά φάσης

Για t_1=3s το στάσιμο κύμα εκτίνεται από -6m εως +6m διότι x=ut_1=2.3=6m. Επομένως στα σημεία Α και Β επικρατεί κατάσταση τρέχοντος κύματος. Η διαφορά φάσης των δύο σημείων δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{8}(11-8) = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi=0,75\pi \text{ rad}}$$

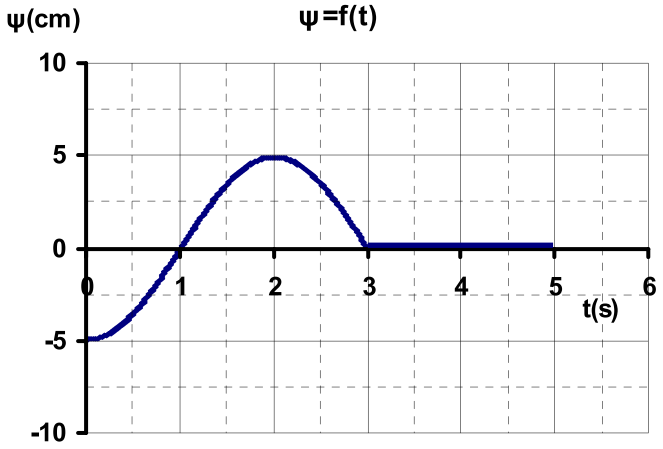
(μ. 2)

Για t_2=6s το στάσιμο κύμα εκτίνεται από -12m εως +12m διότι x=ut_2=2.6=12m. Επομένως στα σημεία Α και Β επικρατεί κατάσταση στάσιμου κύματος με κοιλίες τα σημεία 4m,8m,12m και δεσμούς τα σημεία 2m,6m,10m. Τα σημεία Α και Β διαφέρουν απόσταση Δx=3m και βρίσκονται εκατέρωθεν του δεσμού (x=10m).

Άρα $\boxed{\Delta\varphi=\pi \text{ rad}}$

(μ. 2)

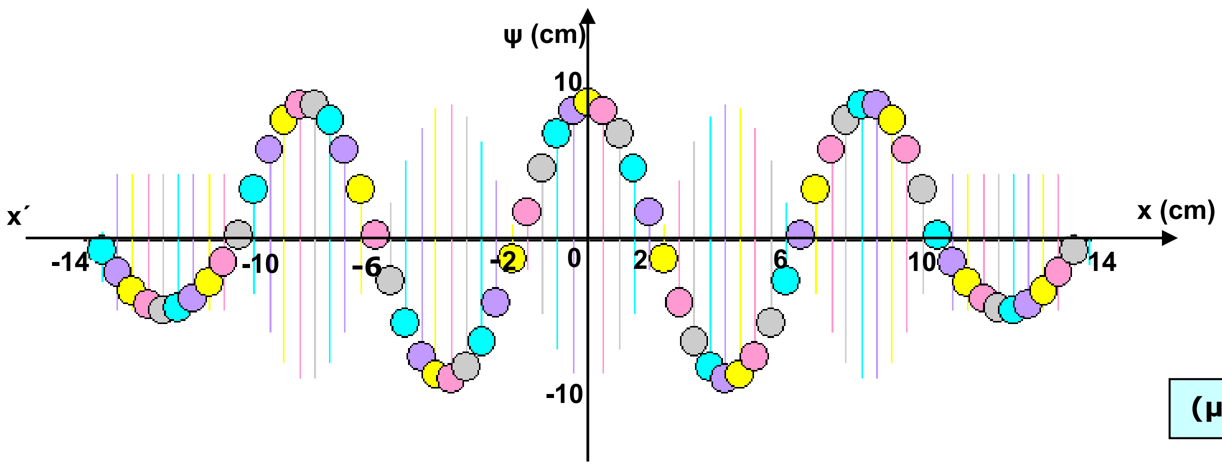
δ. Διάγραμμα ψ=f(t) του σημείου x=6cm για 0s ≤ t ≤ 5s:



(μ. 3)

ε. Στιγμιότυπο του κύματος

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_3=5s είναι:



(μ. 4)

ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)

α. Υπολογισμός τιμών επιτάχυνσης και συμπλήρωση πίνακα:

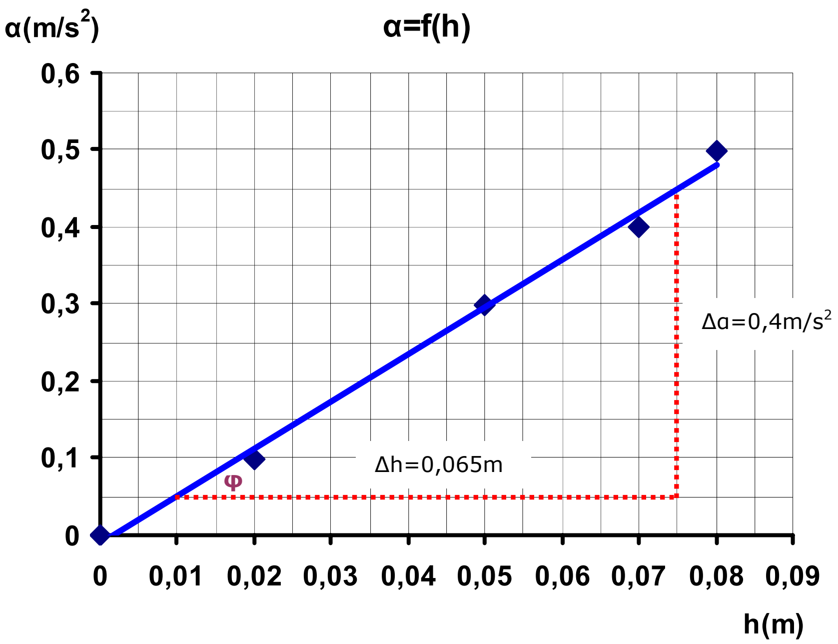
Κατά την κίνησή του ο κύλινδρος εκτελεί ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση και ισχύει η σχέση: $L = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2L}{t^2}$ από την οποία υπολογίζουμε την επιτάχυνση και συμπληρώνουμε τον πίνακα.

Πίνακας

h (m)	t (s)	α (m/s²)
0,02	4,47	0,1
0,05	2,58	0,3
0,07	2,23	0,4
0,08	2,00	0,5

(μ. 2)

β. Γραφική παράσταση α = f(h) και πειραματικός υπολογισμός της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου:



(μ. 4)

Η κλίση της γραφικής είναι ίση με εφφ= $\frac{\Delta\alpha}{\Delta h} = \frac{0,4}{0,065} \Rightarrow \boxed{\text{εφφ}=6,15}$

(μ. 2)

Από το Θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του κυλίνδρου:
$E_{ΜΗΧ(1)} = E_{ΜΗΧ(2)}$

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}I\frac{\upsilon^2}{R^2} + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}I\frac{2\alpha L}{R^2} + \frac{1}{2}m.2\alpha.L$$

$$\Rightarrow mgh = \alpha(\frac{I.L}{R^2} + mL) \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})}.h}$$

(μ. 6)

Από τη σχέση αυτή παρατηρούμε ότι η κλίση της γραφικής μας είναι:

$$\frac{mg}{L(m + \frac{I}{R^2})} = \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow I = mR^2\left(\frac{g}{L\varepsilon\varphi\varphi} - 1\right) \Rightarrow I = 1.625.10^{-6}\left(\frac{9,8}{6,15} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 3,7.10^{-4}kg.m^2}$$

(μ. 2)

γ. Υπολογισμός θεωρητικής τιμής ροπής αδράνειας κυλίνδρου και (%) σφάλμα:

Η θεωρητική τιμή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_0 = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}.1.0,025^2 \Rightarrow \boxed{I_0 = 3{,}125.10^{-4}kg.m^2}$$ **(μ. 1)**

Το % σφάλμα είναι: $\frac{\Delta I}{I_0} = \left|\frac{I_{\pi\epsilon\iota\rho} - I_0}{I_0}\right|.100\% \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta I}{I_0} = 18{,}4\%}$ **(μ. 3)**

ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες)

α. Ροπή αδράνειας:

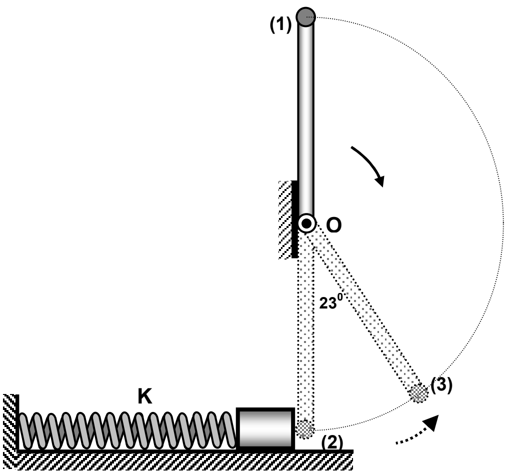
$$I = I_\rho + I_m = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = \frac{1}{3}.6.2^2 + 2.2^2 \Rightarrow \boxed{I = 16kgm^2}$$ **(μ. 2)**

β. Γωνιακή ταχύτητα συστήματος στην κατώτερη θέση:

$$E_{\mu_1} = E_{\mu_2} \Rightarrow Mg\frac{3L}{2} + 2mgL = Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow$$

$$6.10.3\frac{2}{2} + 2.10.2.2 = 6.10.\frac{2}{2} + \frac{1}{2}16\omega^2 \Rightarrow \boxed{\omega = 5\ rad/s}$$ **(μ. 3)**

γ. Ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας:



$$E_{\mu_2} = E_{\mu_3} \Rightarrow Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2}I\omega_1^2 = Mg(L - h_1) + mg(L - h_2)$$

$$\Rightarrow 6.10.1 + 8\omega_1^2 = 6.10.(L - \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu 23^0) + 2.10(L - L\sigma\upsilon\nu 23^0)$$

$$\Rightarrow 6.10.1 + 8\omega_1^2 = 120 - 60\sigma\upsilon\nu 23^0 + 40 - 40\sigma\upsilon\nu 23^0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_1 = 1\ rad/s}$$ **(μ. 4)**

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 = \frac{1}{2}16.5^2 - \frac{1}{2}16.1_1^2 = 192J$$

$$\pi\%(\Delta E_k) = \frac{\Delta E_k}{E_{k_{\alpha\rho\chi}}}.100\% = \frac{192}{\frac{1}{2}I\omega^2}.100\% = \frac{192}{200}.100\%$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{ποσοστό απώλειας} = 96\%}$$ **(μ. 3)**

δ. Πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση:

Αρχή διατήρησης στροφορμής του συστήματος και της μάζας m_2 κατά την κρούση.

$L_\pi = L_\mu \Rightarrow -I\omega = +I\omega_1 + m_2 L V \Rightarrow -16.5 = 16.1 + 9{,}6.2.V \Rightarrow$ $\boxed{V=-5m/s}$ **(μ. 3)**

Η κρούση γίνεται στη θέση ισορροπίας άρα $V=V_0$. Επομένως

$E_{\text{ολ}_{\text{ταλ}}} = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}m_2V^2 \Rightarrow 960x_0^2 = 9{,}6.5^2 \Rightarrow$ $\boxed{x_0=0{,}5m}$ **(μ. 2)**

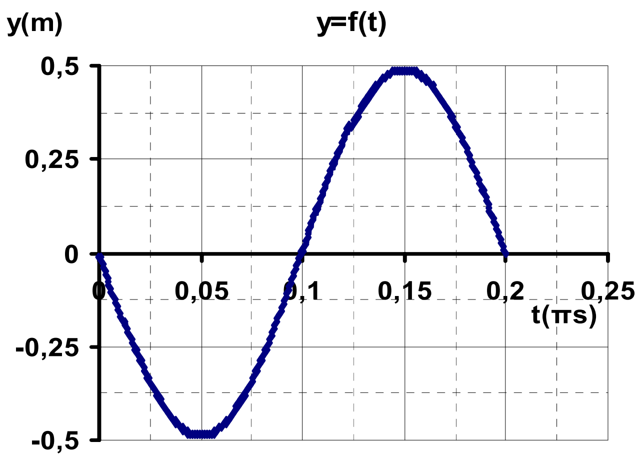
ε. Χρόνος που θα ξαναβρεθεί για πρώτη φορά στο φυσικό του μήκος:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{9{,}6}{960}} = 0{,}2\pi s$

Το ελατήριο θα ξαναβρεθεί στο φυσικό του μήκος μετά από χρόνο:

$t = \frac{T}{2} = \frac{0{,}2\pi}{2} \Rightarrow$ $\boxed{t=0{,}1\pi s}$ **(μ. 1)**

στ. Γραφική παράσταση y=f(t):



(μ. 2)