

# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

## 24<sup>Η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

### Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Πρώτη Φάση)

Κυριακή, 17 Ιανουαρίου, 2010

Ώρα: 10.00 – 13.00



#### Οδηγίες:

- 1) Το δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες και πέντε (5) θέματα.
- 2) Να απαντήσετε τα ερωτήματα όλων των θεμάτων.
- 3) Να εκφράζετε τις απαντήσεις σας, όπου χρειάζεται, με ακρίβεια δύο σημαντικών ψηφίων.
- 4) Όταν σε ένα θέμα δεν δίνονται αριθμητικά δεδομένα, να εκφράζετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση μεγεθών που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα.
- 5) Να χρησιμοποιείτε σταθερές που δίνονται στο αντίστοιχο ερώτημα ή δεδομένα που δίνονται στο τέλος των οδηγιών.
- 6) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- 7) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 8) Τα σχήματα των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.

#### Δεδομένα:

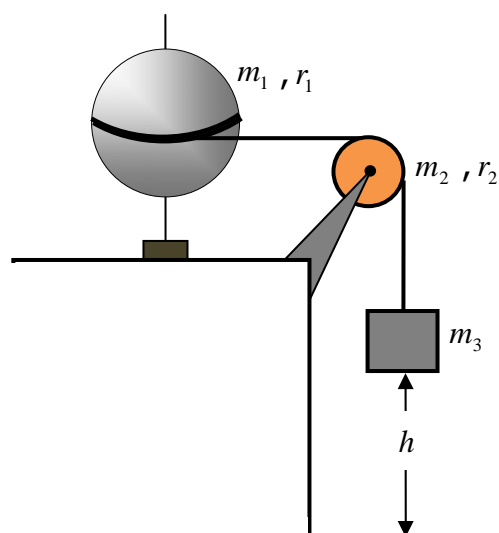
$\pi = 3,14 \text{ rad}$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , και η σχέση  $\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$  που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τις ελαστικές κρούσεις.

#### ΘΕΜΑ 1 (20 μονάδες)

Μια συμπαγής ομογενής σφαίρα μάζας  $m_1$  και ακτίνας  $r_1$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα

περιστροφής είναι  $I_1 = \frac{2}{5} m_1 r_1^2$ . Ένα

αβαρές μη ελαστικό νήμα τυλίγεται αρκετές φορές γύρω από τη σφαίρα, και στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο της (επίπεδο ισημερινού). Το νήμα περνά από μια ομογενή τροχαλία μάζας  $m_2$  και ακτίνας  $r_2$  που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από το



κέντρο της και στη συνέχεια προσδένεται σε ένα κύβο μάζας  $m_3$ . Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I_2 = \frac{1}{2}m_2r_2^2$ .

**(α)** Αφήνουμε τον κύβο από την ηρεμία να πέσει ελεύθερα κατά ύψος  $h$ , με το νήμα να συνεχίζει να είναι περιτυλιγμένο γύρω από τη σφαίρα. Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, ως συνάρτηση των μεγεθών  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $h$ ,  $r_2$  και της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g$ . **(5 μον.)**

**(β)** Σε αυτό το ερώτημα αλλάζουμε τη συμπαγή σφαίρα με μια κούφια σφαίρα της ίδιας μάζας και ακτίνας με την πρώτη. Επαναλαμβάνουμε την πιο πάνω διαδικασία με τον ίδιο τρόπο. Αφήνουμε τον κύβο να πέσει και πάλι κατά ύψος  $h$ .

**(i)** Να εξηγήσετε κατά πόσο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας, θα μείνει το ίδιο, θα αυξηθεί ή θα ελαττωθεί, σε σχέση με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που είχε στο ερώτημα (α). **(5 μον.)**

**(ii)** Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει την κινητική ενέργεια της σφαίρας ως συνάρτηση της ροπής αδράνειάς της και να κάνετε ποιοτικά τη γραφική παράστασή της. **(5 μον.)**

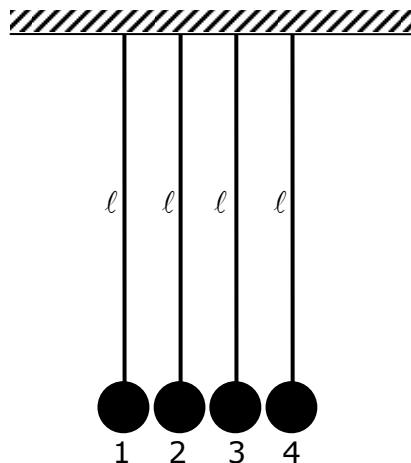
**(iii)** Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση που κάνατε στο (β) (ii) ή με οποιονδήποτε άλλον τρόπο, να εξηγήσετε κατά πόσο η κινητική ενέργεια της κούφιας σφαίρας θα αυξηθεί, θα ελαττωθεί ή θα παραμείνει σταθερή σε σχέση με την κινητική ενέργεια της συμπαγούς σφαίρας. **(5 μον.)**

## ΘΕΜΑ 2 (20 μονάδες)

**(Α) (α)** Να εξηγήσετε τι ονομάζουμε Απλό ή Μαθηματικό Εκκρεμές. **(2 μον.)**

**(β)** Να γράψετε τις προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν ώστε η κίνηση ενός εκκρεμούς να μπορεί να θεωρηθεί ως Απλή Αρμονική Ταλάντωση (Α.Α.Τ.) και να αποδείξετε τη σχέση που δίνει την περίοδο του. **(2 μον.)**

**(Β) (α)** Ένα «παιχνίδι» αποτελείται από τέσσερις μεταλλικές σφαίρες ίσων μαζών και μικρών διαστάσεων που κρέμονται από νήματα αμελητέου βάρους, μη εκτατά και μήκους  $\ell = 2,5\text{ m}$  το κάθε ένα. Οι σφαίρες βρίσκονται **πολύ κοντά** η μια με την άλλη, όπως φαίνεται στο σχήμα και είναι αρχικά ακίνητες. Οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών θεωρούνται ελαστικές με μηδαμινή διάρκεια.



(i), Εκτρέπουμε τη σφαίρα 1 κατά  $5^\circ$  (με τεντωμένο το νήμα) και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  την αφήνουμε ελεύθερη. Να δείξετε ότι ολόκληρη η ενέργεια της σφαίρας 1 θα μεταδοθεί στη σφαίρα 4. **(5 μον.)**

(ii) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη θέση  $x$  της σφαίρας 1, ως προς το σημείο ισορροπίας, σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ , για,  $0 \leq t \leq 2\pi$  s. **(5 μον.)**

(β) Αφού φέρουμε τις σφαίρες ξανά στην θέση ισορροπίας τους, κολλάμε με μια σταγόνα καλαί (μηδαμινής μάζας) τις σφαίρες 1 και 2. Εκτρέπουμε το συσσωμάτωμα (σφαίρες 1 και 2) πάλι κατά  $5^\circ$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  το αφήνουμε ελεύθερο.

(i) Μετά τις διαδοχικές κρούσεις οι μέγιστες **αρχικές εκτροπές** προς τα δεξιά των σφαιρών 4, 3, και του συσσωματώματος, από το σημείο ισορροπίας τους, έστω ότι είναι  $x_4$ ,  $x_3$ , και  $x_{1,2}$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι ισχύει,  $\frac{x_4}{x_3} = \frac{3}{1}$  και  $\frac{x_3}{x_{1,2}} = \frac{4}{1}$ . **(3 μον.)**

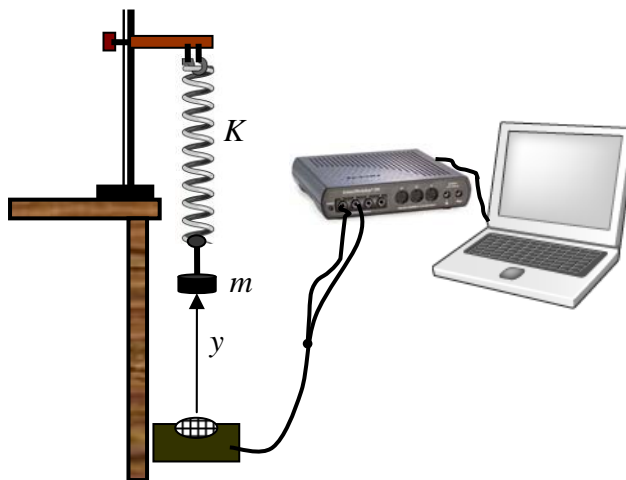
(ii) Να εξηγήσετε εάν, μετά τις διαδοχικές κρούσεις του ερωτήματος (i), θα γίνει ή όχι κρούση της σφαίρας 4 πάνω στη σφαίρα 3. Εάν ναι, σε ποια χρονική στιγμή θα συμβεί αυτό για πρώτη φορά; **(3 μον.)**

### **ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)**

(Α) Να διατυπώσετε την ικανή και αναγκαία συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε ένα σώμα να εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση (Α.Α.Τ.). **(2 μον.)**

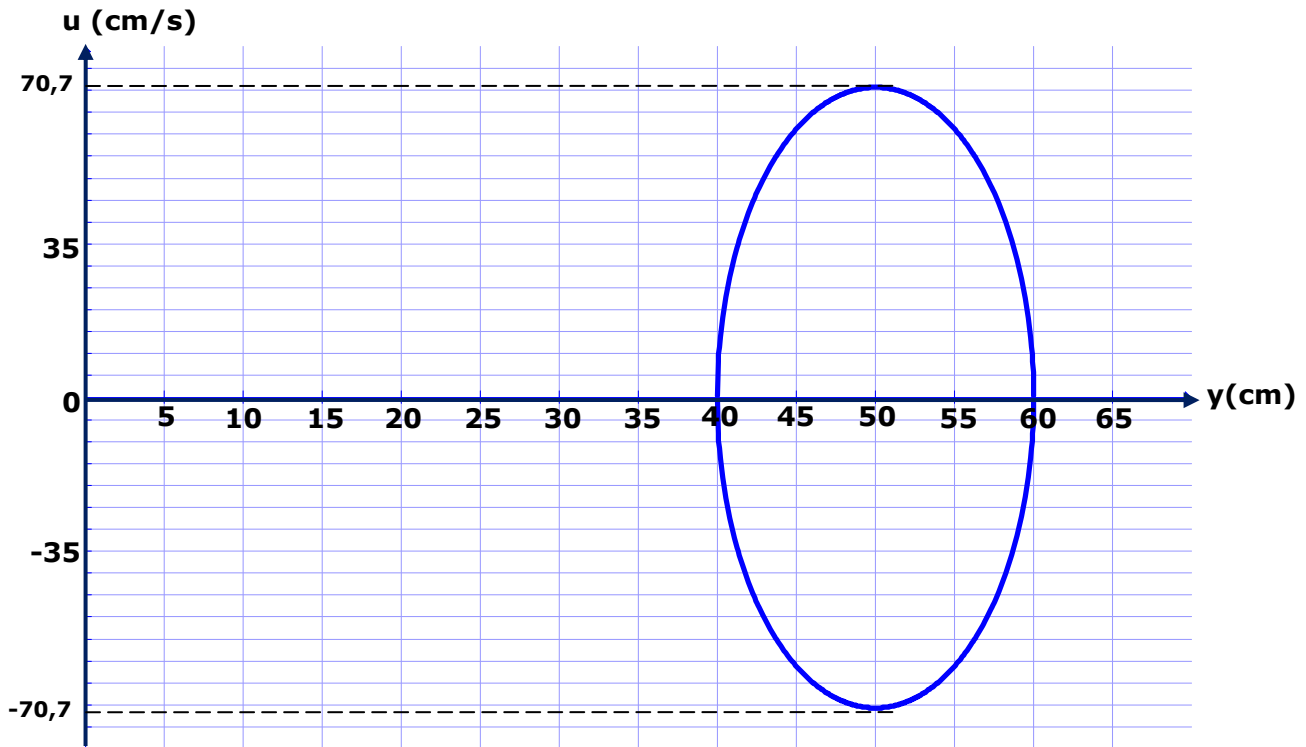
(Β) Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K$  είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο άλλο άκρο του κρέμεται ένα σώμα μάζας  $m$ . Να δείξετε ότι εάν εκτρέψουμε λίγο το σώμα από την θέση ισορροπίας του, θα εκτελεί Α.Α.Τ. **(3 μον.)**

(Γ) Ένας μαθητής για να μελετήσει την κίνηση ενός σώματος μάζας  $m = 0,2$  kg το οποίο κρέμεται από το ένα άκρο αβαρούς ελατηρίου, έφτιαξε στο εργαστήριο την πειραματική διάταξη που φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Ο μαθητής αφού έκανε τις απαραίτητες ρυθμίσεις στον αισθητήρα κίνησης, στην διασύνδεση και στον υπολογιστή, έθεσε σε κατακόρυφη ταλάντωση το σώμα και τη χρονική στιγμή  $t=0$ , όταν το σώμα βρισκόταν στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του, έθεσε σε λειτουργία τον αισθητήρα, ο οποίος άρχισε να λαμβάνει μετρήσεις. Μετά την επεξεργασία των μετρήσεων, ο μαθητής πήρε στην οθόνη του υπολογιστή, την γραφική παράσταση της

ταχύτητας,  $u$ , του σώματος σε συνάρτηση της θέσης του,  $y$ , (από τον αισθητήρα), όπως φαίνεται στο πιο κάτω διάγραμμα.



**(α)** Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου, με ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων. **(3 μον.)**

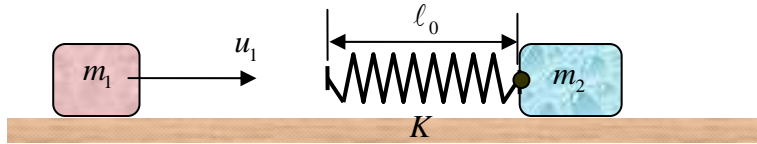
**(β)** Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας  $u$  σε σχέση με την θέση  $y$ . **(2 μον.)**

**(γ)** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της θέσης  $y$  του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ ,  $y = f(t)$ , για  $0 \leq t \leq 1,78$  s. **(5 μον.)**

**(δ)** Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα έχει για πρώτη φορά από τον αισθητήρα ύψος 45 cm. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια στο διάστημα  $0 \leq t \leq 1,78$  s, για την οποία το σώμα θα απέχει από τον αισθητήρα μικρότερη απόσταση από 45 cm. **(5 μον.)**

**ΘΕΜΑ 4 (20 μονάδες)**

Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$  κινείται σε οριζόντια λεία επιφάνεια (που δεν παρουσιάζει τριβές) με ταχύτητα μέτρου  $u_1 = 10 \text{ m/s}$ . Ένα δεύτερο σώμα μάζας  $m_2 = 0,4 \text{ kg}$  είναι αρχικά ακίνητο και φέρει αβαρές ελατήριο σταθεράς  $K = 800 \text{ N/m}$  και φυσικού μήκους  $\ell_0 = 0,25 \text{ m}$ . Σε κάποια στιγμή το πρώτο σώμα συγκρούεται με το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου.



**(α)** Να περιγράψετε ποιοτικά την κίνηση των σωμάτων μετά την επαφή του πρώτου σώματος με το ελατήριο. **(2 μον.)**

**(β) (i)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος, πριν το πρώτο σώμα έρθει σε επαφή με το ελατήριο. **(2 μον.)**

**(ii)** Να εξηγήσετε κατά πόσο η ταχύτητα αυτή του κέντρου μάζας παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια που το πρώτο σώμα συμπιέζει το ελατήριο. **(2 μον.)**

**(γ)** Να υπολογίσετε τη μικρότερη μεταξύ τους απόσταση που θα φτάσουν τα δύο σώματα. **(4 μον.)**

**(δ)** Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων όταν θα αποχωριστεί το πρώτο σώμα από το ελατήριο. **(4 μον.)**

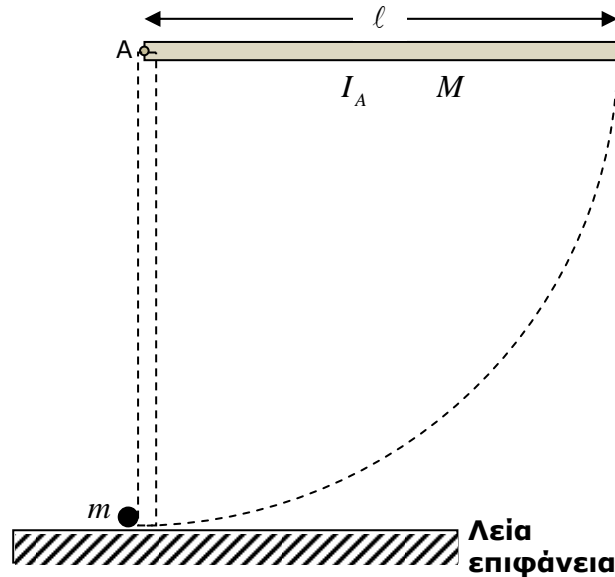
**(ε) (i)** Να δείξετε ότι ένας παρατηρητής στη θέση του κέντρου μάζας του συστήματος θα δει τα σώματα μαζών  $m_1$  και  $m_2$  να εκτελούν Α.Α.Τ. της ίδιας περιόδου. **(3 μον.)**

**(ii)** Να εξηγήσετε για πόσο χρόνο θα βλέπει να συμβαίνει αυτό. **(3 μον.)**

**ΘΕΜΑ 5 (20 μονάδες)**

- (Α) (α)** Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής. **(2 μον.)**  
**(β)** Να αναφέρετε ένα παράδειγμα όπου ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής και ένα παράδειγμα που δεν ισχύει η αρχή αυτή. **(2 μον.)**

**(Β)** Η ομογενής ράβδος στο σχήμα έχει μάζα  $M = 0,3 \text{ kg}$ , μήκος  $\ell = 2 \text{ m}$  και ροπή αδράνειας ως προς το άκρο Α,  $I_A = \frac{1}{3} M \ell^2$ . Η ράβδος κρατείται αρχικά σε ηρεμία σε οριζόντια θέση και αφήνεται να περιστραφεί ως προς το άκρο Α, χωρίς τριβές.



- (α)** Να δείξετε ότι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου, όταν αυτή περνά από την κατακόρυφη θέση, είναι  $\omega_1 = \sqrt{15} \text{ rad / s}$ . **(3 μον.)**  
**(β)** Τη στιγμή που η ράβδος περνά από την κατακόρυφη θέση συγκρούεται με σώμα αμελητέων διαστάσεων μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$  το οποίο είναι αρχικά ακίνητο. Το σώμα προσκολλάται στη ράβδο στο άκρο Β, όπως δείχνει το σχήμα. Να δείξετε ότι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την πλαστική κρούση, είναι  $\omega_2 = \frac{\sqrt{15}}{3} \text{ rad / s}$ . **(5 μον.)**  
**(γ)** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας λόγω της κρούσης. Που οφείλεται η μεταβολή αυτή; **(3 μον.)**  
**(δ)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνία που αποκλίνει η ράβδος μετά την κρούση. **(5 μον.)**