ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

25 Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (Πρώτη Φάση)

Κυριακή, 16 Ιανουαρίου, 2011

Παρακαλώ διαβάστε πρώτα τα πιο κάτω, πριν απαντήσετε οποιαδήποτε ερώτηση

Γενικές Οδηγίες:

1) Είναι πολύ σημαντικό να δηλώσετε ορθά στον κατάλληλο χώρο στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων τα εξής στοιχεία: (α) Όνομα και Επώνυμο, (β) Όνομα πατέρα, (γ) Σχολείο, (δ) Τηλέφωνο.
2) Το δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες και περιέχει έξι (6) θέματα.
3) Η εξέταση διαρκεί τρεις (3) ώρες.
4) Η συνολική βαθμολογία του εξεταστικού δοκιμίου είναι 100 μονάδες.
5) Χρησιμοποιήστε μόνο στυλό με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρο. Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
6) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
7) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
8) Δηλώστε στις σελίδες του τετραδίου απαντήσεων τον αριθμό του προβλήματος και το αντίστοιχο γράμμα του ερωτήματος που απαντάτε.
9) Εάν χρησιμοποιήσετε κάποιες σελίδες του τετραδίου απαντήσεων για δικές σας σημειώσεις που δεν επιθυμείτε να βαθμολογηθούν, βάλτε ένα μεγάλο σταυρό (Χ) σε αυτές τις σελίδες ώστε να μην ληφθούν υπόψη στη βαθμολόγηση.
10) Να χρησιμοποιείτε μόνο σταθερές ή σχέσεις που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα αλλά και στο τέλος των γενικών οδηγιών.
11) Τα σχήματα όλων των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.

Σταθερές:

$\pi = 3{,}14$, $\pi^2 = 10$, $g = 10\, m/s^2$.

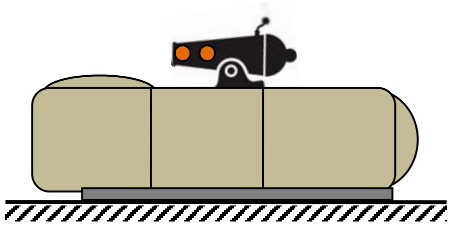
Δεδομένα:

Για ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων: $\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$.

Να απαντήσετε όλα τα προβλήματα που ακολουθούν

Πρόβλημα - 1 (10 μονάδες)

Ένα όχημα, μαζί με ένα κανόνι που είναι ακλόνητο πάνω σε αυτό, έχουν συνολική μάζα M και σε αυτό υπάρχουν δύο σφαίρες με μάζα m η καθεμιά. Αρχικά το σύστημα (όχημα, κανόνι και σφαίρες) είναι ακίνητο, ως προς το έδαφος. Θεωρήστε ότι μεταξύ του οχήματος και της οριζόντιας επιφάνειας πάνω στην οποία βρίσκεται δεν υπάρχουν τριβές.



Από το κανόνι οι σφαίρες εκτοξεύονται οριζόντια προς τα αριστερά και με ταχύτητα μέτρου u_0, ως προς το όχημα.

(α) Να εξάγετε τη σχέση που δίνει το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το όχημα, ως προς το έδαφος, ως συνάρτηση των μεγεθών M, m και u_0, στις εξής δύο περιπτώσεις:

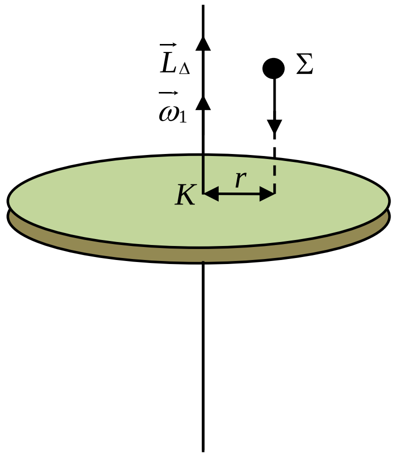
(i) Οι σφαίρες εκτοξεύονται και οι δύο ταυτόχρονα.

(ii) Οι σφαίρες εκτοξεύονται μια-μια, δηλαδή η μια μετά την άλλη.

(β) Να καταλήξετε σε ένα συμπέρασμα κατά πόσο το όχημα αποκτά και στις δύο περιπτώσεις την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα ή μεγαλύτερη σε μέτρο ταχύτητα είτε στην πρώτη είτε στη δεύτερη περίπτωση. Δικαιολογήστε.

Πρόβλημα - 2 (10 μονάδες)

Στο σχήμα ο δίσκος περιστρέφεται σε σταθερό οριζόντιο επίπεδο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, $\vec{\omega}_1$, γύρω από το σταθερό κατακόρυφο άξονα συμμετρίας του. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα συμμετρίας του είναι I. Η στροφορμή και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι κατά μήκος του άξονα περιστροφής, όπως δείχνει το σχήμα. Το σχήμα δείχνει επίσης την κατακόρυφη κίνηση προς τα κάτω ενός υλικού σημείου Σ από πλαστελίνη, μάζας m. Τη στιγμή της πλαστικής κρούσης το υλικό σημείο απέχει από το κέντρο K του δίσκου απόσταση r. Το υλικό σημείο μαζί με το δίσκο, μετά την κρούση, αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα, μέτρου ω_κ.



Να εξηγήσετε αν:

(α) Το υλικό σημείο Σ (όταν κινείται κατακόρυφα), έχει στροφορμή ή όχι, ως προς το κέντρο του δίσκου, πριν την κρούση με το δίσκο. Αν ναι, να αναφέρετε τη διεύθυνση πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα της στροφορμής αυτής.

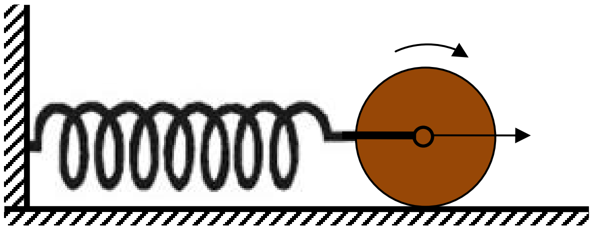
(β) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μετά την κρούση, $\vec{\omega}_\kappa$, μειώνεται, αυξάνεται ή διατηρείται η ίδια σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ που είχε ο δίσκος πριν την κρούση.

(γ) Η κινητική ενέργεια του δίσκου, λόγω της κρούσης με το υλικό σημείο, μειώνεται, αυξάνεται ή διατηρείται η ίδια.

Πρόβλημα - 3 **(15 μονάδες)**

Στο σχήμα ο ομογενής δίσκος, μάζας m και ακτίνας R, εκτελεί ταλάντωση, σε οριζόντια επιφάνεια, χωρίς απώλειες μηχανικής ενέργειας με τη βοήθεια αβαρούς ελατηρίου σταθεράς K. Όταν το κέντρο μάζας του δίσκου είναι μετατοπισμένο, από το κέντρο της ταλάντωσης, κατά τυχαία απόσταση x, ο δίσκος έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω, ενώ το κέντρο μάζας του δίσκου έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου $u_{\kappa.\mu.}$, όπου $u_{\kappa.\mu.} = \omega R$.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής, που περνά από το κέντρο μάζας του δίσκου, κάθετα στην επιφάνειά του, είναι $I = \frac{1}{2} m R^2$.



(α) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την ενέργεια της ταλάντωσης στην τυχαία θέση $\vec{x}$, ως συνάρτηση των μεγεθών $m, u_{\kappa.\mu.}, K$ και x.

(β) Να αποδείξετε ότι το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

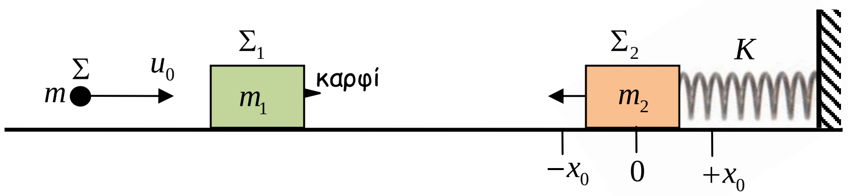
(γ) Να προσδιορίσετε την περίοδο της ταλάντωσης, ως συνάρτηση των μεγεθών m και K.

Πρόβλημα - 4 **(20 μονάδες)**

Στο σχήμα μια μικρή ελαστική σφαίρα Σ, μάζας $m = 0,1\,kg$, κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u_0 = 13\,m/s$. Στη διεύθυνση της ταχύτητας της σφαίρας βρίσκονται τα κέντρα των μαζών δύο σωμάτων, Σ_1 και Σ_2, με μάζες $m_1 = 1,2\,kg$ και $m_2 = 0,4\,kg$ αντίστοιχα. Τα σώματα, Σ_1 και Σ_2, βρίσκονται πάνω σε οριζόντια επιφάνεια που δεν παρουσιάζει τριβές με τις επιφάνειες των σωμάτων.

Το σώμα Σ_1, το οποίο φέρει μικρό καρφί (βλέπε σχήμα), είναι ελεύθερο και αρχικά ακίνητο. Το σώμα Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $x_0 = 20\,cm$, συνδεδεμένο με το ένα άκρο αβαρούς ελατηρίου σταθεράς $K = 160\,N/m$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι σταθερά συνδεδεμένο σε κατακόρυφο τοίχο.

Θεωρήστε όλα τα σώματα ως υλικά σημεία.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η σφαίρα Σ συγκρούεται με το σώμα Σ_1. Η κρούση είναι κεντρική και εντελώς ελαστική με αμελητέα διάρκεια. Τη στιγμή της κρούσης της σφαίρας με το σώμα Σ_1, το σώμα Σ_2 βρίσκεται στο αριστερό άκρο, $-x_0$, της ταλάντωσής του.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την ελαστική κρούση με τη σφαίρα.

Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 συγκρούεται με το ταλαντευόμενο σώμα Σ_2. Στο χρονικό διάστημα μεταξύ των δύο χρονικών στιγμών t_0 και t_1 το σώμα Σ_2 εκτελεί ακριβώς δύο πλήρεις ταλαντώσεις. Λόγω της κρούσης, που γίνεται ακαριαία, το καρφί σφηνώνεται μέσα στο σώμα Σ_2 και τα δύο σώματα κινούνται συνεχώς μαζί χωρίς να χάσουν επαφή (πλαστική κρούση).

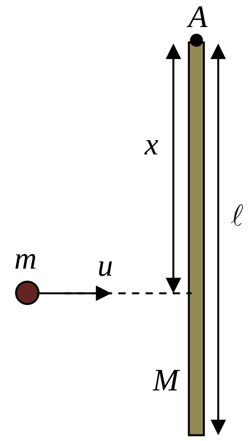
(β) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων (Σ_1 και Σ_2) αμέσως μετά την κρούση.

(γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης των δύο σωμάτων (Σ_1 και Σ_2), μετά την κρούση.

(δ) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της μετατόπισης $\vec{x}$ του σώματος Σ_2, από το σημείο ισορροπίας του, σε σχέση με το χρόνο, $\vec{x} = f(t)$, για το διάστημα $t_0 \le t \le t_2$, όπου t_2 είναι η χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα (Σ_1 και Σ_2) περνά από τη θέση $x = 0$ για δεύτερη φορά.

Πρόβλημα - 5 (20 μονάδες)

Μια ομογενής και ισοπαχής ράβδος μάζας M και μήκους ℓ μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της, A. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα αυτόν είναι I_A. Αρχικά η ράβδος είναι κατακόρυφη σε ηρεμία.



Ένα υλικό σημείο μάζας m συγκρούεται και κολλά στη ράβδο σε απόσταση x από το άκρο A, όπως δείχνει το σχήμα. Τη στιγμή της κρούσης, που γίνεται ακαριαία, το υλικό σημείο έχει ταχύτητα μέτρου u με διεύθυνση οριζόντια και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που μπορεί να περιστρέφεται η ράβδος. Αμέσως μετά την κρούση το σύστημα της ράβδου και του υλικού σημείου αποκτά γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0.

Το υλικό σημείο, μετά την κρούση, μένει μόνιμα κολλημένο στη ράβδο και δεν αποκολλάται σε καμιά στιγμή.

(α) Να εξάγετε τη σχέση που δίνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας, ω_0, ως συνάρτηση των μεγεθών I_A, m, u και x.

(β) Να δείξετε ότι, για σταθερές τιμές των μεγεθών I_A, u και m, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας αμέσως μετά την κρούση, ω_0, παίρνει μέγιστη τιμή όταν η ροπή αδράνειας του υλικού σημείου και η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς τον οριζόντιο άξονα περιστροφής, που περνά από το σημείο A, ισούνται.

<u>Για τα ερωτήματα (γ), (δ) και (ε) θεωρήστε ότι</u>:

$M = 3,6\,kg$, $m = 4,8\,kg$, $\ell = 2\,m$ και $I_A = \frac{1}{3}M\ell^2$.

(γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\omega_0 = f(x)$ για $0 \le x \le \ell$, σε βαθμολογημένους άξονες, δεδομένου ότι το μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου είναι σταθερό με τιμή $u = 5\,m/s$.

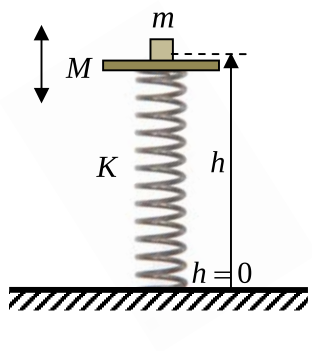
<u>Για τα ερωτήματα (δ) και (ε) θεωρήστε ότι η κρούση γίνεται στο μέσο (κέντρο μάζας) της ράβδου.</u>

(δ) Έστω $\theta_{\max}$ η μέγιστη γωνία που μπορεί να σχηματίσει η ράβδος με την κατακόρυφη μετά την κρούση του υλικού σημείου με αυτή. Δεδομένου ότι το μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου είναι σταθερό με τιμή $u = 5\,m/s$, να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\theta_{\max} = \frac{9}{14}$.

(ε) Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητας που πρέπει να έχει το υλικό σημείο τη στιγμή της κρούσης, $u_{\min}$, ώστε το σύστημα μετά την κρούση μόλις που να μπορεί να διαγράψει πλήρη κατακόρυφο κύκλο.

Πρόβλημα - 6 **(25 μονάδες)**

Α. Ένα κατακόρυφο ελατήριο, αμελητέας μάζας, και σταθεράς K είναι στερεωμένο στο ένα άκρο του σε οριζόντιο ακλόνητο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου συνδέεται ένας λεπτός δίσκος μάζας $M = 0,2\,kg$ πάνω στον οποίο τοποθετείται ένας μικρός κύβος μάζας $m = 0,1\,kg$. Το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Το ύψος που βρίσκεται το σύστημα από το έδαφος (όπου $h = 0$), δίνεται από τη σχέση: $h = 0,4 + 0,1\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$, όπου οι μονάδες μέτρησης όλων των μεγεθών είναι στο S.I. Θεωρήστε τα δύο σώματα ως υλικά σημεία.



(α) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $h = f(t)$, για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le 2T$, όπου T είναι η περίοδος της ταλάντωσης του συστήματος.

(β) (i) Να υπολογίσετε τη σταθερά της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων.

(ii) Να αποδείξετε ότι η σταθερά της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων είναι ίση με την τιμή της σταθεράς του ελατηρίου.

(γ) Να εξηγήσετε αν η σταθερά της ταλάντωσης του κύβου είναι ίση ή όχι με τη σταθερά του ελατηρίου.

(δ) (i) Να προσδιορίσετε την εξίσωση της ταχύτητας u του συστήματος, ως συνάρτηση του ύψους h από το έδαφος, $u = f(h)$.

(ii) Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $u = f(h)$.

(ε) Να υπολογίσετε το ελάχιστο και το μέγιστο μέτρο της δύναμης, που ασκείται στον κύβο από το δίσκο.

Β. Σταματούμε το σύστημα από την ταλάντωση που εκτελούσε και το αφήνουμε να ηρεμήσει. Από το σημείο που το σύστημα είναι σε ισορροπία, όπου θέτουμε $y = 0$, συμπιέζουμε το ελατήριο κατακόρυφα προς τα κάτω ώστε το σύστημα να απέχει από το έδαφος ύψος $h = 10\,cm$. Στη συνέχεια αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί κατακόρυφα.

(στ) Να υπολογίσετε την μετατόπιση $\vec{y}$, από το σημείο ισορροπίας, $y = 0$, τη στιγμή που ο κύβος χάνει επαφή με το δίσκο.

(ζ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου, για όσο χρόνο ο κύβος δεν είναι σε επαφή με αυτόν.