

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

27^η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1



I.

1^{ος} τρόπος: Για να υπολογιστεί η απόσταση που τα χωρίζει θα πρέπει να υπολογιστούν πρώτα από όλα τα διαστήματα που έχουν καλύψει τα δύο κινητά για $t=30s$. Η κίνηση και των δύο είναι ευθύγραμμη ισοταχής άρα το διάστημα που κάλυψε το κινητό A είναι:

$$s_A = v_A \cdot t = 20 \cdot 30 = 600m. \text{ Ομοίως, } s_B = v_B \cdot t = 10 \cdot 30 = 300m.$$

Το διάστημα λοιπόν που χωρίζει τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή $t=30s$ είναι 300m.



Αρχική απόσταση κινητών κατά τη χρονική στιγμή $t=0$

Διάστημα που κάλυψε το κινητό A κατά τα πρώτα 30 δευτερόλεπτα

Διάστημα που κάλυψε το κινητό B κατά τα πρώτα 30 δευτερόλεπτα

2^{ος} τρόπος: $x_A = v_A \cdot t = 20 \cdot 30 = 600m$ και $x_B = 600 + v_B \cdot t = 600 + 300 = 900m$

Η απόσταση που θα χωρίζει τα δύο αυτοκίνητα για $t=30s$ είναι $s = x_B - x_A = 300m$

II.

1^{ος} τρόπος: Τα επόμενα 5s τα κινητά κινούνται με ομαλά μεταβαλλόμενη ευθύγραμμη κίνηση με αρχική ταχύτητα που είναι η ταχύτητα που είχε το κάθε ένα κατά την ισοταχή του κίνηση. Για να υπολογιστεί η απόσταση που χωρίζει τα δύο κινητά θα πρέπει να υπολογιστούν τα διαστήματα τα οποία κάλυψαν κατά τη μεταβαλλόμενη κίνηση των 5s. Γίνεται χρήση των σχέσεων της ομαλά μεταβαλλόμενης ευθύγραμμης κίνησης με αρχική ταχύτητα, με τα πιο κάτω δεδομένα για το κινητό A: αρχική ταχύτητα του κινητού A, $(\mathbf{V}_A)_0 = \mathbf{V}_A = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$ και επιτάχυνση $\mathbf{a}_A = 10\text{m/s}^2$, ομοίως για το κινητό B, $(\mathbf{V}_B)_0 = \mathbf{V}_B = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}$ και επιβράδυνση $\mathbf{a}_B = 1\text{m/s}^2$. Από την επίλυση των εξισώσεων φαίνεται ότι το διάστημα που κάλυψε το κινητό A το οποίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά επιταχυνόμενο με αρχική ταχύτητα είναι, 225m ενώ το κινητό B που κινείται ομαλά επιβραδυνόμενο με αρχική και πάλι ταχύτητα είναι 37,5m. Άρα λαμβάνοντας υπόψη της διάφορα απόστασης που είχαν κατά το τέλος του χρόνου $t=30\text{s}$, που ήταν 300m, και των διαστημάτων που κάλυψαν κατά τα επόμενα 5s της κίνησης τους, η απόσταση που τώρα τα χωρίζει είναι 112,5m.



Αρχική απόσταση κινητών κατά τη χρονική στιγμή $t=0$

Διάστημα που κάλυψε το A επιταχυνόμενο για 5s

Διάστημα που κάλυψε το κινητό A κατά τα πρώτα 30 δευτερόλεπτα Διάστημα του B επιβραδυνόμενου για 5s

Διάστημα που κάλυψε το κινητό B κατά τα πρώτα 30 δευτερόλεπτα

2^{ος} τρόπος: $X_A = 600 + \mathbf{V}_A \cdot t + 1/2 \cdot \mathbf{a}_A \cdot t^2 = 600 + 100 + 125 = 825\text{m}$

και $X_B = 900 + \mathbf{V}_B \cdot t - 1/2 \cdot \mathbf{a}_B \cdot t^2 = 900 + 50 - 12.5 = 937.5\text{m}$

Η απόσταση που τώρα τα χωρίζει είναι 112,5m.

III.

1^{ος} τρόπος: Για να υπολογιστεί η θέση στην οποία θα συναντηθούν κατά τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$ που εκτελούσαν την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα \mathbf{a}_s θεωρηθεί ότι θα συναντηθούν σε απόσταση X από την θέση του B κατά τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$

Άρα η απόσταση που χωρίζει το κινητό A από το σημείο συνάντησης είναι $X_A = 112.5 + X$ και ομοίως η απόσταση που χωρίζει το B από το σημείο συνάντησης είναι $X_B = X$ και με αντικατάσταση $X_A = 112.5 + X_B$. Οι αρχικές ταχύτητες που θα



χρησιμοποιηθούν στη σχέση είναι οι ταχύτητες που τα δύο κινητά είχαν κατά το 5^ο δευτερόλεπτο της μεταβαλλόμενης τους κίνησης που είναι για το κινητό A: $(\mathbf{V}_A)_0=70\text{m/s}$ και για το κινητό B $(\mathbf{V}_B)_0=5\text{m/s}$, και προκύπτουν από τη σχέση υπολογισμού της ταχύτητας κατά την μεταβαλλόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα. Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης με άγνωστο τον χρόνο φαίνεται ότι τα δύο κινητά θα συναντηθούν σε χρόνο 1.532s (η επίλυση της εξίσωσης δίνει δύο τιμές για τον χρόνο, μια αρνητική η οποία απορρίπτεται και μια θετική η οποία είναι 1.532s και γίνεται αποδεκτή) και σε απόσταση 118.98m από τη θέση του κινητού A κατά το πέρα του 5^{ου} δευτερολέπτου της επιταχυνόμενης κίνησης του.

$$\underline{2^{\text{ος}} \text{ Τρόπος:}} \quad X_A = V_{0A} \cdot t + 1/2 \cdot a_A \cdot t^2 = 70 \cdot t + 5 \cdot t^2$$

$$\text{και } X_B = 112.5 + V_{0B} \cdot t - 1/2 \cdot a_B \cdot t^2 = 112.5 + 5 \cdot t - 0.5 \cdot t^2$$

$$\Rightarrow 5.5 \cdot t^2 + 65 \cdot t - 112.5 = 0 \text{ άρα } t = 1.532\text{s}$$

Θα συναντηθούν σε απόσταση από την Θέση του κινητού A $X_A = 70 \cdot 1.532 + 5 \cdot (1.532)^2 = 118.98\text{m}$

Πρόβλημα 2

A μέρος

- I. 1^{ος} τρόπος: Τα κινητά κινούνται ισοταχώς και ευθύγραμμα. Ο οδηγός του A εφαρμόζει άμεσα επιβράδυνση ($t=0$) ενώ ο οδηγός του B εξακολουθεί να κινείται ισοταχώς για 2 ακόμα δευτερόλεπτο. Από τα πιο πάνω φαίνεται ότι η απόσταση μεταξύ τους κατά το τέλος του 2^{ου} δευτερολέπτου θα είναι $200 - (S_A + S_B)_{t=2}$. Το κινητό A κινούμενο επιβραδυνόμενα με αρχική ταχύτητα $\mathbf{V}_A=50\text{m/s}$ και επιβράδυνση $\mathbf{a}_A=10\text{m/s}^2$ για χρόνο 2s θα καλύψει απόσταση $S_A=80\text{m}$, ενώ το κινητό B κινούμενο ισοταχώς με ταχύτητα $\mathbf{V}_B=30\text{m/s}$ για χρόνο 2s θα καλύψει απόσταση $S_B=60\text{m}$, άρα η απόσταση μεταξύ τους στο τέλος του 2^{ου} δευτερολέπτου θα είναι μόνο 60m. Για να μην συγκρουστούν θα πρέπει οι ταχύτητες τους να μηδενιστούν και ταυτόχρονα να ισχύει $S_A + S_B \leq 60\text{m}$ το άθροισμα των διαστημάτων που θα καλύψουν (και τα δύο κινητά εκτελώντας τώρα ομαλά επιβραδυνόμενη ευθύγραμμη κίνηση με αρχική ταχύτητα), να είναι μικρότερο ή ίσο της μεταξύ τους απόστασης. Το κινητό A μηδενίζει την ταχύτητα του σε χρόνο $t_A=3\text{s}$, έχοντας διανύσει απόσταση $S_A=45\text{m}$. Ομοίως το κινητό B μηδενίζει την ταχύτητα του σε χρόνο $t_B=2\text{s}$, έχοντας διανύσει απόσταση $S_B=30\text{m}$. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι θα σημειωθεί σύγκρουση αφού το διάστημα που διανύουν τα κινητά είναι μεγαλύτερο από την συνθήκη που τέθηκε ($S_A + S_B \leq 60\text{m}$).



2^{ος} τρόπος: Ο χρόνος του κάθε αυτοκινήτου για να σταματήσει είναι:

Για τον A: $V = \mathbf{V}_A - a_A \cdot t = 0 \Rightarrow t = 5\text{s}$, Για τον B: $V = \mathbf{V}_B - a_B \cdot t' = 0 \Rightarrow t' = 2\text{s}$, άρα $t = 2 + 2 = 4\text{s}$

Με αυτό τον χρόνο ο καθένας θα διανύσει:

$$X_A = \mathbf{V}_A \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2 = 250 - 125 = 125\text{m}, \quad X_B = \mathbf{V}_B \cdot 2 + (\mathbf{V}_B \cdot t' - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t'^2) = 60 + (60 - 30) = 90\text{m}$$

Για να μην συγκρουστούν πρέπει $X_A + X_B < 200$, επειδή $X_A + X_B = 215\text{m}$ θα συγκρουστούν.

Η θέση του κάθε κινητού είναι:

$$X_A = \mathbf{V}_A \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2$$

$$X_B = 200 - \mathbf{V}_B \cdot 2 - (\mathbf{V}_B \cdot (t - 2) - \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot (t - 2)^2) = 200 - 60 - 30 \cdot t + 60 + 7.5 \cdot t^2 - 30 \cdot t + 30 = 230 - 60 \cdot t + 7.5 \cdot t^2$$

Για να συγκρουστούν πρέπει $X_A = X_B$ όπου $t = \text{χρόνος σύγκρουσης}$

$$50 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 230 - 60 \cdot t + 7.5 \cdot t^2 \Rightarrow 12.5 \cdot t^2 - 110 \cdot t + 230 = 0 \quad (t_1 = 5.38\text{s} \text{ και } t_2 = 3.42\text{s})$$

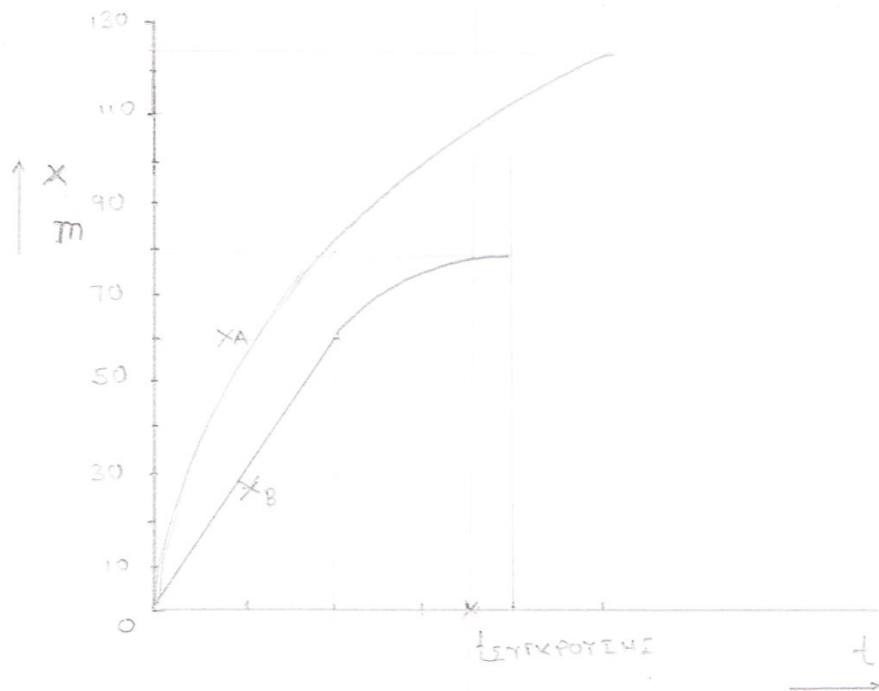
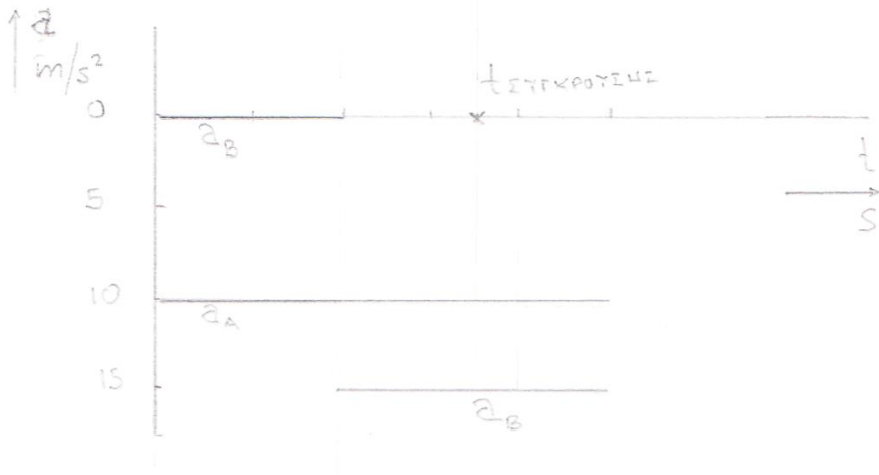
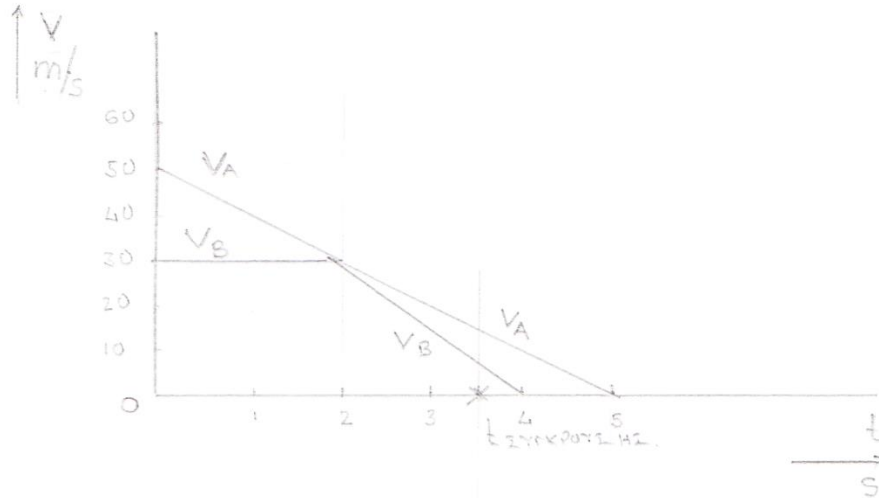
Χρόνος σύγκρουσης $t_2 = 3.42\text{s}$

Η θέση στην οποία θα γίνει σύγκρουση είναι $X_A = \mathbf{V}_A \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2 = 112.52\text{m}$

$$X_B = 230 - 60t + 7.5 t^2 = 112.52\text{m}$$

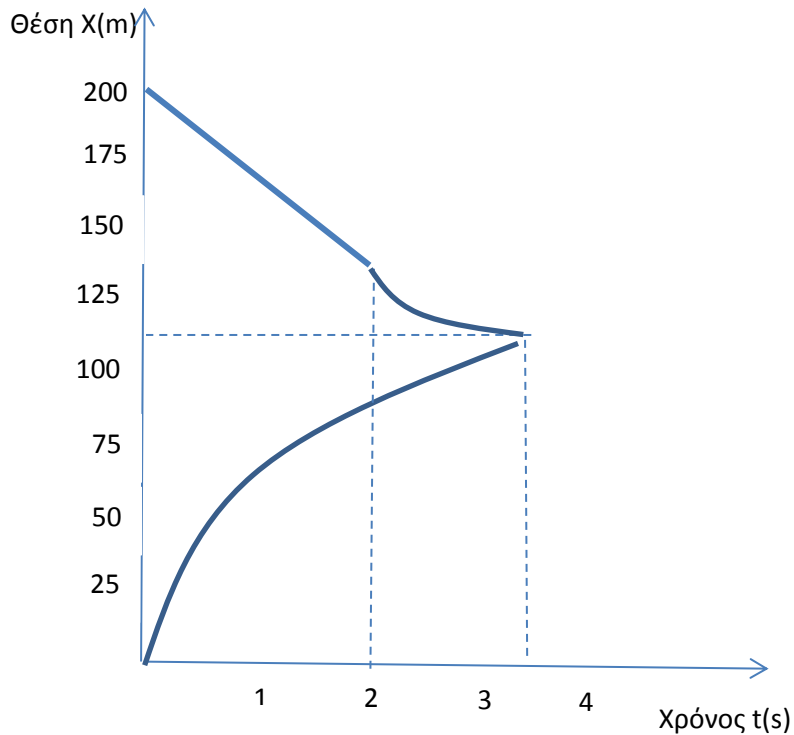
II. Η μετατόπιση του A από το σημείο που βρισκόταν κατά τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι το σημείο της σύγκρουσης είναι $80 + 32.52\text{m} = 112.52\text{m}$

Η μετατόπιση του B από το σημείο που βρισκόταν κατά τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι το σημείο της σύγκρουσης είναι $60 + 27.48\text{m} = 87.48\text{m}$





2^η αποδεκτή λύση:

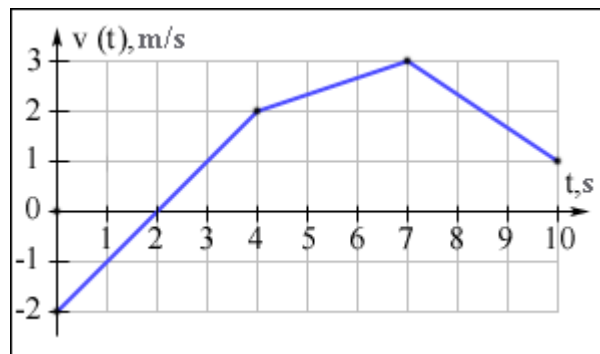


B Μέρος

I. $V_1 = \frac{x/2}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{x}{2V_1}$ και $V_2 = \frac{x/2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{x}{2V_2}$

Η μέση ταχύτητα είναι $V = \frac{x}{t} = \frac{x}{\frac{x}{2V_1} + \frac{x}{2V_2}} = \frac{2V_1 \cdot V_2}{V_1 + V_2}$

II.



Από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t=4$ s το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$. Από τη χρονική στιγμή $t=4$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t=7$ s το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a=0,33\text{m/s}^2$. Ακολούθως το κινητό από τη χρονική στιγμή $t=7$ s μέχρι τη χρονική

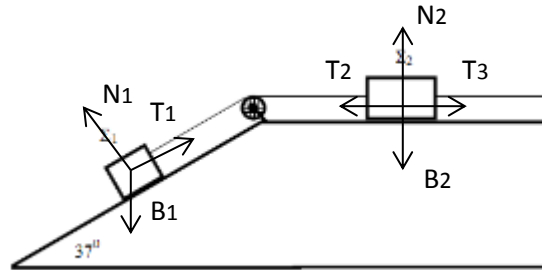


στιγμή $t=10\text{s}$ το κινητό εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $a=0.66\text{m/s}^2$.

Την μεγαλύτερη επιτάχυνση το κινητό την είχε στο διάστημα από $t=0$ μέχρι $t=4\text{s}$. Στο διάστημα αυτό το κινητό διένυσε διάστημα 4m ενώ είχε μετατόπιση μηδέν.

Πρόβλημα 3

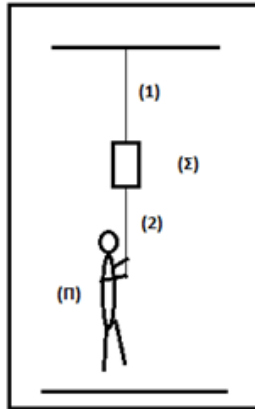
- I. Η σφαίρα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (πέφτει με την επιτάχυνση της βαρύτητας) χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα η ταχύτητα της 2 δευτερόλεπτα μετά τη πτώση θα είναι 20m/s
- II. Αφού η σφαίρα διανύει συνολικό διάστημα 60 μέτρων με την επιτάχυνση της βαρύτητας και χωρίς αρχική ταχύτητα ο συνολικός χρόνος της κίνησης της θα είναι $3,46\text{s}$
- III. Η σφαίρα θα αποκτήσει την τελική της ταχύτητα φτάνοντας στο έδαφος μετά από χρόνο $3,46\text{s}$. Η ταχύτητα της θα είναι $34,6\text{m/s}$.
- IV.
 - A. Όταν το σώμα θα διέρχεται από το πάνω οριζόντιο επίπεδο του παραθύρου (που βρίσκεται 45 μέτρα κάτω από την οροφή του πύργου, από όπου πέφτει το σώμα) θα έχει ταχύτητα 30m/s .
 - B. Όταν το σώμα θα διέρχεται από το κάτω οριζόντιο επίπεδο του παραθύρου (που βρίσκεται 47 μέτρα κάτω από την οροφή του πύργου, από όπου πέφτει το σώμα) θα έχει ταχύτητα $30,66\text{m/s}$.
 - Γ. Το πάνω οριζόντιο επίπεδο του παραθύρου βρίσκεται 45 μέτρα κάτω από την οροφή του πύργου, από όπου πέφτει το σώμα. Το σώμα εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη ευθύγραμμη κίνηση θα καλύψει το διάστημα αυτό θα σε 3 δευτερόλεπτα
 - Δ. Το κάτω οριζόντιο επίπεδο του παραθύρου βρίσκεται 47 μέτρα κάτω από την οροφή του πύργου, από όπου πέφτει το σώμα. Το σώμα εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη ευθύγραμμη κίνηση θα καλύψει το διάστημα αυτό θα σε $3,06$ δευτερόλεπτα

Πρόβλημα 4

- I. Στο σώμα Σ_1 ασκούνται τρεις δυνάμεις. Είναι η αντίδραση του κεκλιμένου επιπέδου N_1 , που είναι κάθετη στο επίπεδο και έχει φορά προς τα πάνω, Το βάρος του σώματος B_1 που είναι κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω και η τάση του νήματος T_1 .
Στο σώμα Σ_2 ασκούνται 4 δυνάμεις. Είναι το βάρος του B_2 , που είναι κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω, η αντίδραση του επιπέδου N_2 που είναι κάθετη σε αυτό και έχει φορά προς τα πάνω, η τάση του νήματος T_2 που μεταφέρεται μέσω της τροχαλίας από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 και είναι ίση και αντίθετη με την T_1 (Α' νόμος Νεύτωνα) και την τέταρτη δύναμη που είναι η τάση T_3 του νήματος που συνδέει το Σ_2 με τον κατακόρυφο τοίχο.
- II. Η αντίδραση του κεκλιμένου επιπέδου N_1 στο σώμα Σ_1 είναι ίση (Α' Νόμος του Νεύτωνα) με την συνιστώσα B_{1y} του βάρους B_1 :

$$B_{1y} = B_1 \cdot \sin 37^\circ = m_1 \cdot g \cdot 0,8 = 5 \cdot 10 \cdot 0,8 = 40\text{N}$$
- III. Η τάση του νήματος που ασκείται στον κατακόρυφο τοίχο προκύπτει από τον Α' Νόμο του Νεύτωνα ότι είναι ίση και αντίθετη με την συνιστώσα B_{1x} του βάρους B_1 του σώματος Σ_1 :

$$T_3 = B_{1x} = B_1 \cdot \eta\mu 37^\circ = m_1 \cdot g \cdot 0,6 = 5 \cdot 10 \cdot 0,6 = 30\text{N}$$

Πρόβλημα 5**A ΜΕΡΟΣ**

- I. Η δύναμη που ασκείται από το νήμα στην οροφή, αφού το σύστημα ισορροπεί, προκύπτει από τον Α' νόμο του Νεύτωνα και είναι το άθροισμα του βάρους του παιδιού και του βάρους του σώματος: $T = B_{\pi} + B_{\Sigma}$, $T = m_{\pi} \cdot g + m_{\Sigma} \cdot g = 600\text{N}$
- II. A. Αφού το παιδί ξεκινά από την ηρεμία και διανύει απόσταση 4m σε χρόνο 4s με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση που θα έχει θα είναι $s = 1/2 \cdot a \cdot t^2$ άρα $a = 2 \cdot s / t^2 = 0.5\text{m/s}^2$
- B. Η ταχύτητα του παιδιού όταν φτάσει στο σώμα Σ θα είναι $V = a \cdot t = 0.5 \cdot 4 = 2\text{m/s}$
- Γ. Όταν το παιδί θα ανέρχεται το νήμα θα ασκεί δύναμη ίση με:
- $$T' = (B_{\pi})' + B_{\Sigma}, T' = \{(m_{\pi} \cdot g) + (m_{\pi} \cdot a)\} + m_{\Sigma} \cdot g = 625\text{N}$$

B ΜΕΡΟΣ

- I. Εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το κάθε σώμα
- Σφαίρα: $\Sigma F = m_{\sigma} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta uv1} - m_{\sigma} \cdot g = 0 \Rightarrow F_{\Delta uv1} = m \cdot g = 2,96 \cdot 10 = 29.6\text{N}$
- Κύβος: $\Sigma F = m_{\kappa} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta uv2} - m_{\kappa} \cdot g - m_{\sigma} \cdot g = 0 \Rightarrow F_{\Delta uv2} = (1,22 + 2,96) \cdot 10 = 41.8\text{N}$
- II.



$$\text{Σφαίρα: } \Sigma F = m_{\sigma} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 1} - m_{\sigma} \cdot g = m_{\sigma} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 1} = m_{\sigma} \cdot g + m_{\sigma} \cdot a = 29,6 + 5,92 = 35,52\text{N}$$

1^{ος} τρόπος

$$\text{Κύβος: } \Sigma F = m_{\kappa} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 2} - m_{\kappa} \cdot g - F_{\Delta\upsilon\upsilon(1)} = m_{\kappa} \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 2} = 11,97 + 35,52 + 2,44 = 50,16\text{N}$$

2^{ος} τρόπος (θεωρούμε τα δύο σώματα ως σύστημα)

$$\Sigma F = (m_{\kappa} + m_{\sigma}) \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 2} - (m_{\kappa} \cdot g + m_{\sigma} \cdot g) = (m_{\kappa} + m_{\sigma}) \cdot a \Rightarrow F_{\Delta\upsilon\upsilon 2} = (1,22 + 2,96) \cdot 10 + (1,22 + 2,96) \cdot 2 = 41,8 + 8,36 = 50,16\text{N}$$