ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

26 Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (Δεύτερη Φάση)

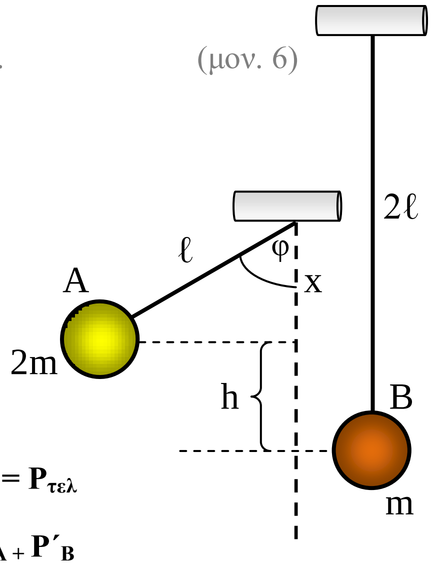
Κυριακή, 08 Απριλίου, 2012

Ώρα: 10:00 - 13:00

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^o: (Μονάδες 10)

α. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση. (μον. 6)



$E_{δυν} = E_{κιν}$ $\qquad$ συνφ $= \dfrac{x}{\ell}$

$mgh = ½\, m u_A^2$ $\qquad$ $h = \ell(1 - συν\, 60^0)$

$u_A^2 = 2gh$ $\qquad$ $h = \ell/2$

$u_A^2 = 2g\ell/2$

$u_A = \sqrt{g\ell}$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\left.\begin{aligned} ΣF_{εξ.} &= \frac{ΔP}{Δt} \\ ΣF_{εξ.} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \frac{ΔP}{Δt} = 0 \;\Rightarrow\; ΔP = 0 \;\Rightarrow\; P_{τελ.} - P_{αρχ} = 0 \;\Rightarrow\; P_{αρχ} = P_{τελ}$$

$$P_A + P_B = P'_A + P'_B$$

$$m_A u_A + \cancel{m_B u_B} = m_A v_A + m_B v_B$$

$$m_A(u_A - v_A) = m_B v_B \qquad (1)$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας:

$$E_{κινA} + \cancel{E_{κινB}} = E'_{κινA} + E'_{κινB}$$

$$\frac{1}{2} m_A u_A^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$\Rightarrow\; m_A(u_A^2 - v_A^2) = m_B v_B^2$$

$$\Rightarrow\; m_A(u_A - v_A)(u_A + v_B) = m_B v_B^2 \qquad (2)$$

Διαιρώντας (2)/(1): $\Rightarrow\; u_A + v_A = v_B$ **(3)**

Από την εξίσωση (3) και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1)

$(\sqrt{g\ell} + v_A) = v_B \;\Rightarrow\; 2m(\sqrt{g\ell} - v_A) = m(\sqrt{g\ell} + v_A)$

$$2(\sqrt{g\ell} - v_A) = (\sqrt{g\ell} + v_A)$$

$$3\, v_A = \sqrt{g\ell}$$

$$v_A = \frac{1}{3}\sqrt{g\ell}$$

$$(\sqrt{g\ell} + \sqrt{g\ell}/3) = v_B$$

$$v_B = \frac{4}{3}\sqrt{g\ell}$$

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνία που θα σχηματίσει το νήμα της σφαίρας Β με την κατακόρυφο μετά την κρούση. (μον. 4)

$$E_{\delta\upsilon\nu B} = E_{\kappa\iota\nu B}$$

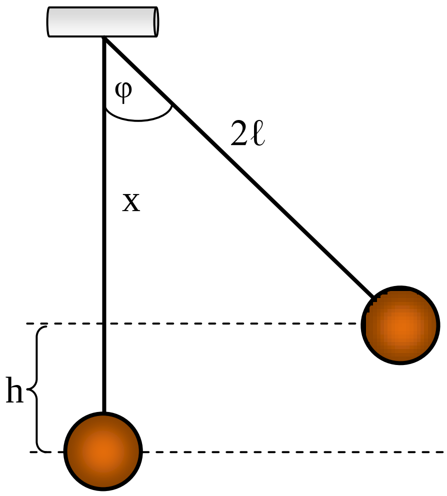
$$mgh_B = ½\, m\left(\frac{4}{3}\sqrt{g\ell}\right)^2$$

$$gh_B = \left(\frac{1}{2}\frac{16g\ell}{9}\right)$$

$$h_B = \left(\frac{8\ell}{9}\right)$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{x}{2\ell} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{\frac{10\ell}{9}}{\frac{18\ell}{9}} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow \varphi = 56{,}25^o$$



ΘΕΜΑ 2ο: (Μονάδες 20)

α. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την οριζόντια ευθεία ΧΧ΄ να υπολογίσετε:

i. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος. (μον. 5)

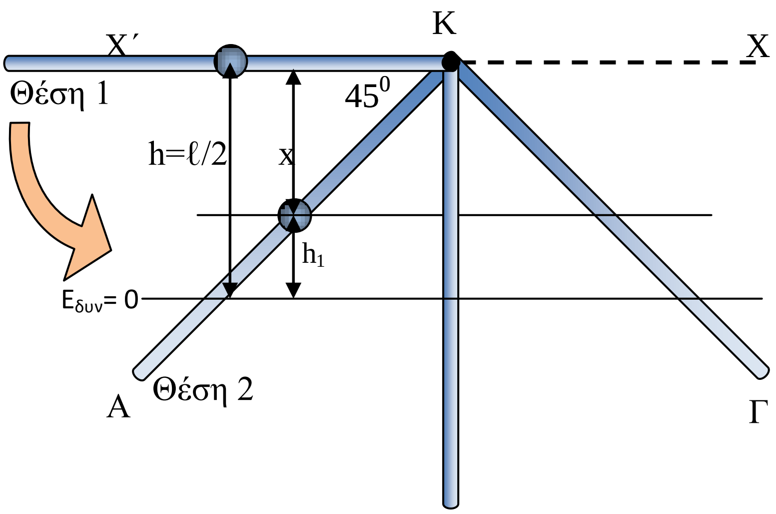
$$\eta\mu 45^o = \frac{x}{\ell/2}$$

$$x = \ell/2\ \eta\mu\ 45^o$$

$$h_1 = \ell/2 - \ell/2\ \eta\mu\ 45^o$$

$$h_1 = \ell/2\ (1 - \eta\mu\ 45^o)$$

$$h_1 = 0{,}176\ m$$



$$I_{\rho\alpha\beta.} = (1/3)\ m.\ell^2 \qquad I_{\sigma\varphi.} = m.r^2$$

$$I_{\rho\alpha\beta.} = (1/3)\ 2.1{,}2^2 \qquad I_{\sigma\varphi.} = 2{,}5.0{,}6^2$$

$$I_{\rho\alpha\beta.} = 0{,}96\ kg.m^2 \qquad I_{\sigma\varphi.} = 0{,}90\ kg.m^2$$

$$E_{\mu\eta\chi 1} = E_{\mu\eta\chi 2}$$

$$E_{δυνραβ1} + E_{δυνσφ1} = 2\,E_{δυνραβ2} + 2\,E_{κιν.\,περ.ραβ2} + E_{δυνσφ2} + E_{κιν.\,περ.σφ2}$$

$$m_{ραβ}gh + m_{σφ}gh = 2\,m_{ραβ}gh_1 + 2\,½I_{ραβ}.ω^2 + m_{σφ}gh_1 + ½I_{σφ}.ω^2$$

$$2.10.0{,}6 + 2{,}5.10.0{,}6 = 2.2.10.\,0{,}176 + 0{,}96\,ω^2 + 2{,}5.10.0{,}176 + 0{,}45\,ω^2$$

$$12 + 15 = 7{,}04 + 4{,}4 + 1{,}41.ω^2$$

$$15{,}56 = 1{,}41.ω^2$$

$$ω = 3{,}32\ rad/s$$

ii. Το μέτρο της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Κ. **(μον. 2)**

$$L_{συστ.} = 2L_{ραβ.} + L_{σφ}$$

$$L_{συστ.} = 2I_{ραβ.}ω + I_{σφ.}ω$$

$$L_{συστ.} = (2I_{ραβ.} + I_{σφ.})ω$$

$$L_{συστ.} = (2.0{,}96+0{,}9)3{,}32$$

$$L_{συστ.} = 9{,}36\ kg.m^2/s$$

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος. **(μον. 5)**

$$ΣM = 0 \qquad d_1 = \frac{\ell}{2}\,συνφ$$

$$M_1 + M_2 = M_3 \qquad d_3 = \frac{\ell}{2}\,ημφ$$

$$B_1.d_1 + B_2.d_1 = B_3.d_3$$

$$(B_1 + B_2).d_1 = B_3.d_3$$

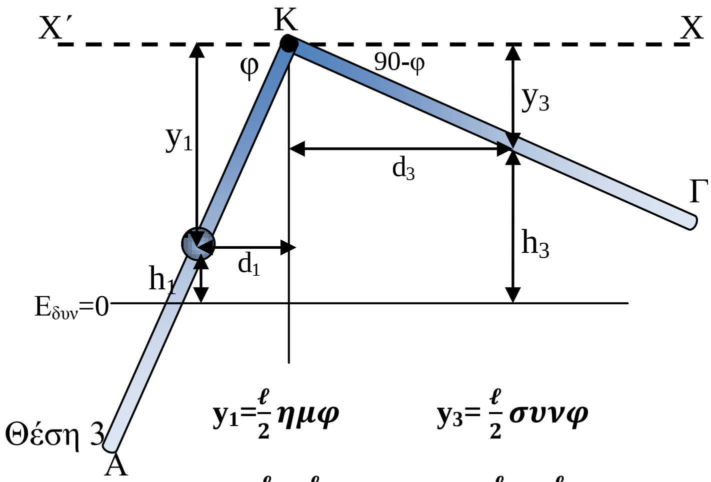
$$(B_1 + B_2).\frac{\ell}{2}συνφ = B_3\frac{\ell}{2}ημφ$$

$$(B_1 + B_2).συνφ = B_3.ημφ$$

$$45.συνφ = 20.ημφ$$

$$εφφ = \frac{20}{45}$$

$$φ = 66{,}03^0$$



$$y_1 = \frac{\ell}{2}ημφ \qquad y_3 = \frac{\ell}{2}συνφ$$

$$h_1 = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}ημφ \qquad h_3 = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}συνφ$$

$$h_1 = 0{,}052\ m \qquad h_3 = 0{,}356\ m$$

$$E_{μηχ1} = E_{μηχ3}$$

$$E_{δυνραβ1} + E_{δυνσφ1} = E_{δυνραβ3Α} + E_{δυνραβ3Γ} + 2\,E_{κιν.\,περ.ραβ3} + E_{δυνσφ3} + E_{κιν.\,περ.σφ3}$$

$$m_{ραβ}gh + m_{σφ}gh = m_{ραβ}gh_1 + m_{ραβ}gh_3 + 2\,½I_{ραβ}.ω^2 + m_{σφ}gh_1 + ½I_{σφ}.ω^2$$

$$2.10.0{,}6 + 2{,}5.10.0{,}6 = 2.10.\,0{,}052 + 2.10.\,0{,}356 + 0{,}96\,ω^2 + 2{,}5.10.0{,}052 + 0{,}45\,ω^2$$

$$12 + 15 = 1{,}04 + 7{,}12 + 1{,}3 + 1{,}41.ω^2$$

$$17{,}54 = 1{,}41.ω^2$$

$$ω = 3{,}53\ rad/s$$

γ. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής **της ράβδου ΚΓ** σε σχέση με τη γωνιακή ταχύτητα $E_{κιν.περ.} = f\ (ω)$ από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σύστημα μέχρι που απόκτησε για πρώτη φορά μέγιστη γωνιακή ταχύτητα. **(μον. 3)**

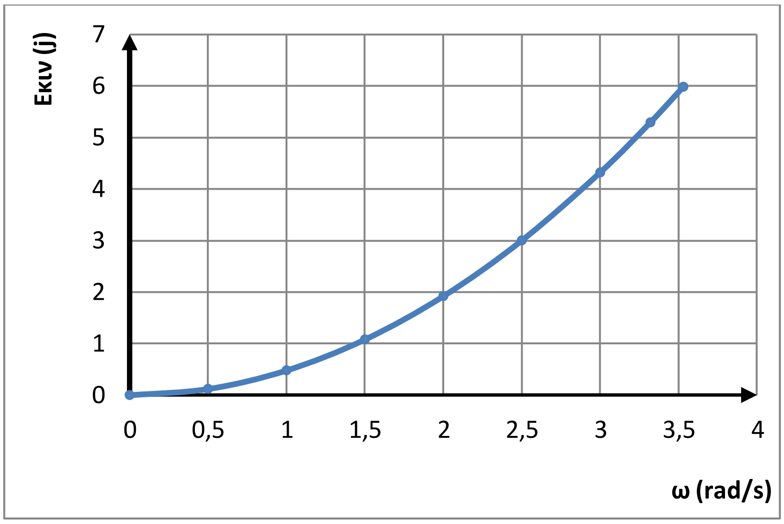
$E_{κιν.\ περ.} = ½.\ I_{ραβ}.ω^2$

$E_{κιν.\ περ.} = ½.\ 0{,}96.(3{,}53)^2$

$E_{κιν.\ περ.} =$ **5,98 J**

και

ω = 3,53 rad/s



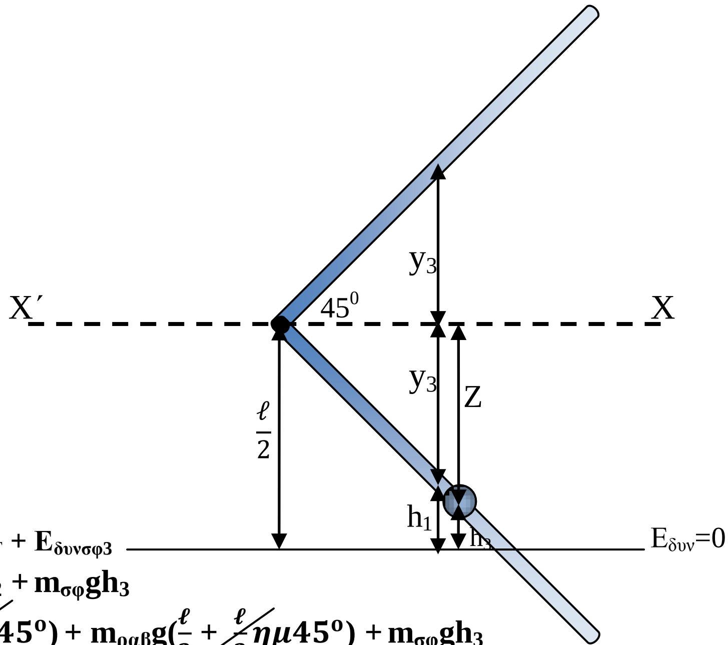
δ. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση από το Κ που πρέπει να στερεώσουμε τη σφαίρα Σ έτσι ώστε η ράβδος ΚΓ να σχηματίζει γωνία 45^0 με την ευθεία ΚΧ. **(μον. 5)**

$y_3 = \frac{\ell}{2} ημ\ 45^o$

$h_1 = \frac{\ell}{2} - y_3$

$h_1 = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2} ημ45^o$

$h_1 = 0{,}052$ **$h_3 = 0{,}356$ m**



$E_{μηχ1} = E_{μηχ4}$

$E_{δυνραβ1} + E_{δυνσφ1} = E_{δυνραβ3Α} + E_{δυνραβ3Γ} + E_{δυνσφ3}$

$m_{ραβ}gh + m_{σφ}gh = m_{ραβ}gh_1 + m_{ραβ}gh_2 + m_{σφ}gh_3$

$2.10.0{,}6 + 2{,}5.10.0{,}6 = m_{ραβ}.g(\frac{\ell}{2} - \cancel{\frac{\ell}{2}ημ45^o}) + m_{ραβ}g(\frac{\ell}{2} + \cancel{\frac{\ell}{2}ημ45^o}) + m_{σφ}gh_3$

$12 + 15 = 12 + 12 + 25.h_3$

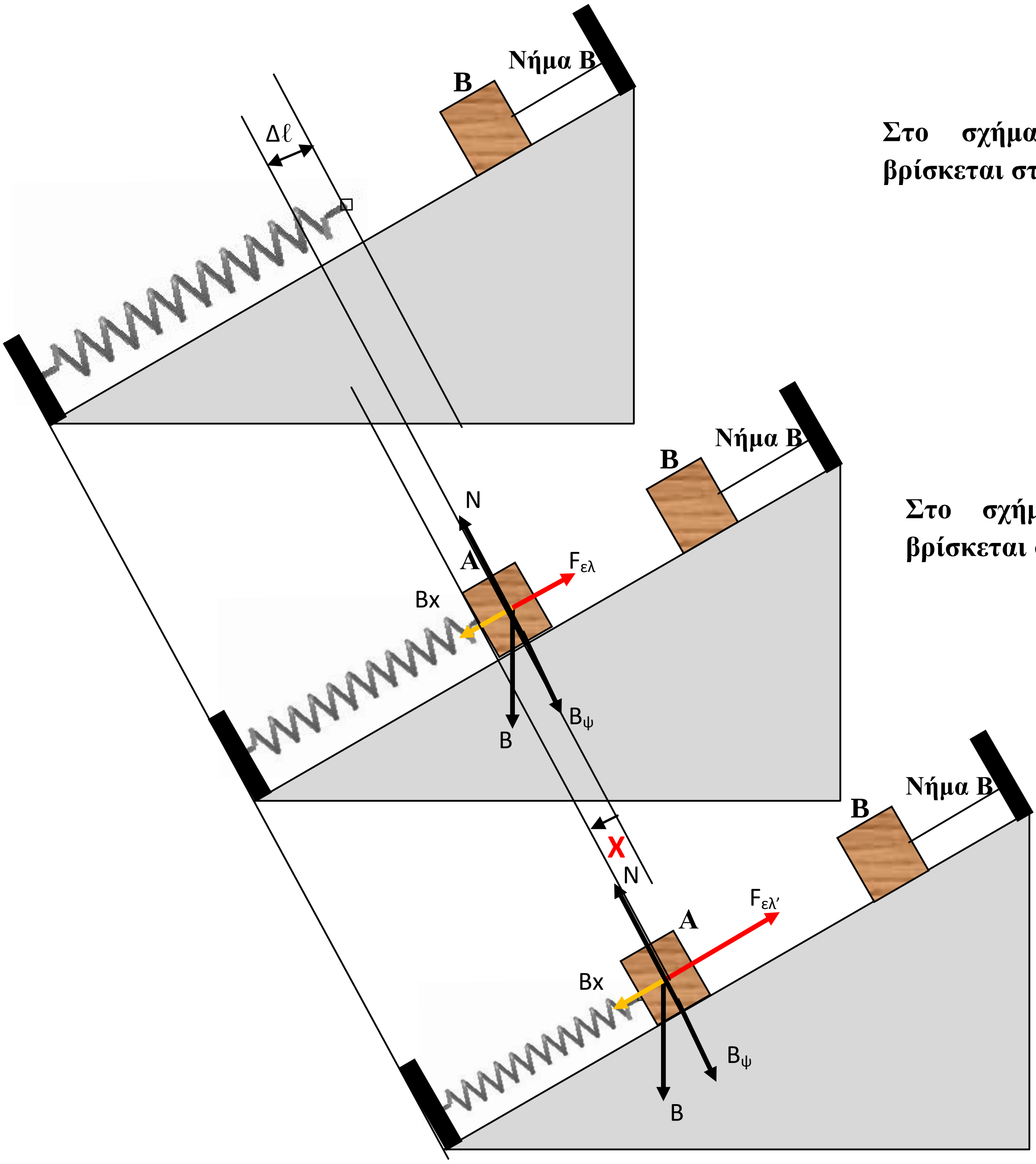
$25.h_3 = 3$

$h_3 = 0{,}12$ m ➔ $Z = \frac{\ell}{2} - h_3$ ➔ $Z = 0{,}48$ m

$ημ45^o = \frac{Z}{S}$ ➔ $S = \frac{Z}{ημ45^o}$ ➔ $S = \frac{0{,}48}{0{,}707}$ ➔ **S = 0,679 m**

ΘΕΜΑ 3^o: (Μονάδες 25)

α. Να αποδείξετε ότι το σώμα Α, πριν την κρούση, εκτελεί Α.Α.Τ. **(μον. 5)**



Στο σχήμα 1 το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος

Στο σχήμα 2 το σώμα Α βρίσκεται στη Θέση Ισορροπίας.

Στο σχήμα 3 το σώμα Α βρίσκεται σε τυχαία θέση σε απόσταση x από τη Θέση Ισορροπίας.

Στη Θέση Ισορροπίας (Σχήμα 2)

$\Sigma F=0 \Rightarrow B_x=F_{\varepsilon\lambda}$

$mg\eta\mu\varphi = k\,\Delta\ell$

Στη Τυχαία Θέση

$\Sigma F = B_x - F_{\varepsilon\lambda}' \Rightarrow \Sigma F = mg\eta\mu\varphi - k(\Delta\ell + x) \Rightarrow \Sigma F = \cancel{mg\eta\mu\varphi} - \cancel{k\Delta\ell} - kx \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -kx}$

β. Να υπολογίσετε:

i. την ταχύτητα του συσσωματώματος. **(μον. 5)**

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{25\pi^2}}$ $\quad T = 2\pi \cdot \frac{2}{5\pi}$ $\quad T = 0{,}8s$

B_{xB}= m_Bgημφ ➔ B_{xB}= 5.10.0,5 ➔ B_{xB}= 25N

Στη Θέση Ισορροπίας

ΣF=0 ➔ B_{xA} = $F_{ελ}$

Η τάση του νήματος προκαλεί συσπείρωση στο ελατήριο πέρα από την θέση ισορροπίας η οποία ισούται με το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

T = $F_{ελ}$

24,7 = 25 π^2. Δℓ ➔ $\Delta\ell = \frac{24{,}7}{25\pi^2}$ ➔ Δℓ = 0,1 m ➔ χ_{oA} = 0,1 m

Η κρούση γίνεται τη χρονική στιγμή

B_{xB}= m_Bα ➔ α = 5 m/s^2

S=1/2.α.t^2 ➔ 2,5=1/2.5.t^2 ➔ t = 1s

Το σώμα Α εκτελεί ταλάντωση

Την χρονική στιγμή t = 1s το σώμα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας

$\frac{t}{T} = \frac{1}{0{,}8}$ **➔ t= 1,25 T**

u_A = ω.x_o ➔ u_A = $\frac{2\pi}{0{,}8}$.0,1 ➔ u_A = $\frac{\pi}{4} m/s$ ➔ u_A = 0,785 m/s

Το σώμα Β επιταχύνεται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου

u_B=αt ➔ u_B = 5 m/s

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F_{εξ.} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \\ \Sigma F_{εξ.} = 0 \end{array}\right\} \quad \frac{\Delta P}{\Delta t} = 0$$

➔ ΔP=0 ➔ $P_{τελ.}$- $P_{αρχ}$ = 0 ➔ $P_{αρχ}$ = $P_{τελ}$

-P_A + P_B = $P_{συσ}$

-$m_A\upsilon_A$ + $m_B\upsilon_B$ = (m_A + m_B)v_κ

- 4.0,785 + 5 . 5 = 9.v_κ

-3,14 + 25 = 9.v_κ

v_κ = 2,43 m/s

ii. την απόσταση του συσσωματώματος από τη νέα θέση ισορροπίας τη στιγμή της κρούσης. (μον. 3)

Στην νέα Θέση Ισορροπίας ισχύει

ΣF=0 ➔ $B_{χσυσ} = F_{ελ}'$

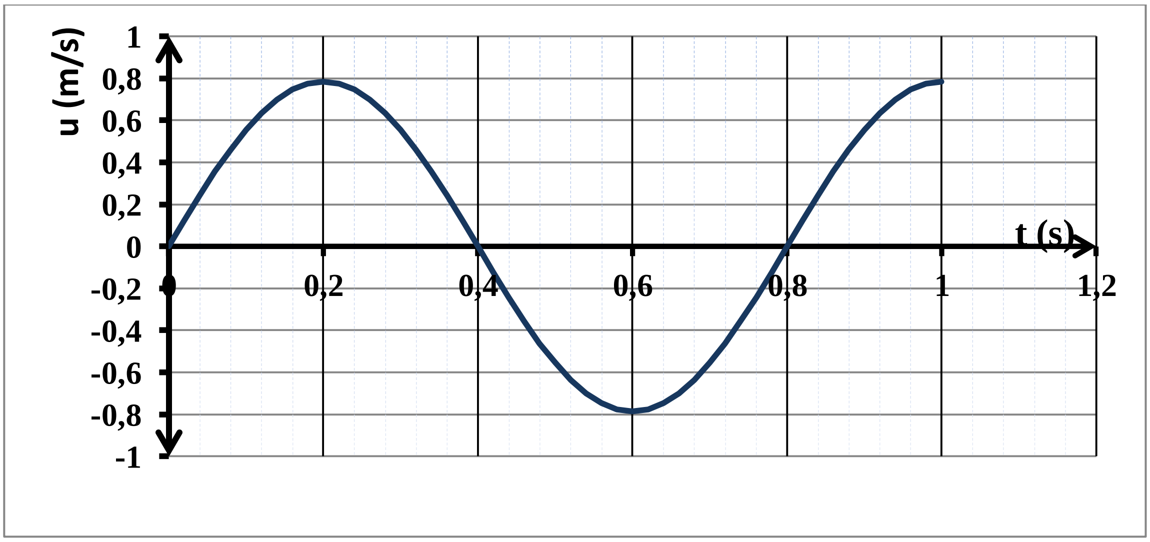
$25 = 25\,\pi^2.\,\Delta\ell'$ ➔ $\Delta\ell = \dfrac{25}{25\pi^2}$ ➔ $\Delta\ell' = 0{,}1$ m ➔ $x = 0{,}1$ m

iii. την απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία για δεύτερη φορά η ταχύτητά του. (μον. 4)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A + m_B}{k}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{9}{25\pi^2}} \qquad T = 2\pi.\frac{3}{5\pi} \qquad T = 1{,}2s$$

Α΄ τρόπος	**β΄ τρόπος**
$E_{μηχ1} = E_{μηχ2}$	$u = \omega\sqrt{x_o^2 - x^2}$
$E_{κιν1} + E_{ελ1} = E_{κιν2}$	$u = \dfrac{2\pi}{T}\sqrt{x_o^2 - x^2}$
$\frac{1}{2}\,m.(v_κ)^2 + \frac{1}{2}\,k\,\Delta\ell^2 = \frac{1}{2}\,k.(x_0)^2$	$2{,}43 = \dfrac{2\pi}{1{,}2}\sqrt{x_o^2 - 0{,}01}$
$9.\,2{,}43^2 + 25\,\pi^2.\,0{,}01 = 25.\pi^2.(x_0)^2$	$x_0' = 0{,}475$ m
$53{,}14 + 2{,}4629 = 25.\pi^2.(x_0)^2$	
$55{,}61 = 25.\pi^2.(x_0)^2$	
$(x_0)^2 = 0{,}226$	
$x_0' = 0{,}475$ m	$S = 3.x_0' + \Delta\ell' = 1{,}525$ m

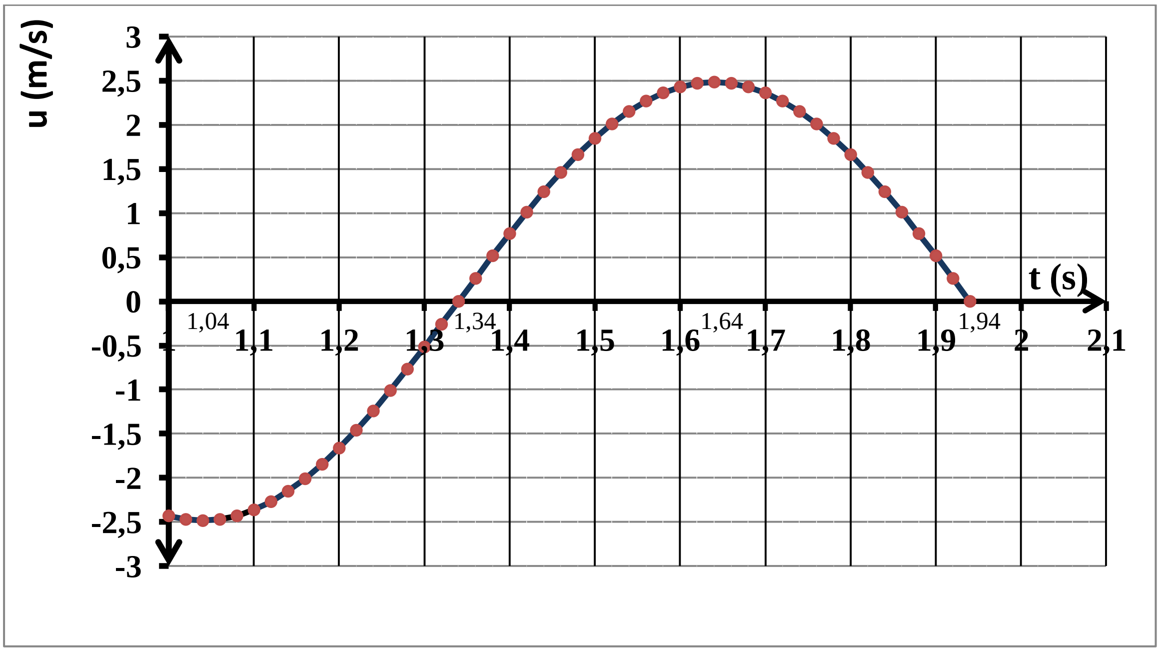
γ. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος Α μέχρι τη στιγμή της κρούσης. (μον. 3)



Η αρχική φορά του σώματος Α θεωρείται θετική (ανέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο).

δ. Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του συσσωματώματος από την στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του για δεύτερη φορά. **(μον. 5)**

$$\mathbf{u_{συσ} = ω.x_o{'}} \Rightarrow \mathbf{u_{συσ}} = \frac{2\pi}{1,2}\mathbf{.0,475} \Rightarrow \mathbf{u_{συσ} = 2,485\ m/s}$$



ΘΕΜΑ 4^o: (Μονάδες 25)

Α. α. Να προσδιορίσετε για ποιες συχνότητες το σημείο Α

i. εκτελεί ταλάντωση με μέγιστο πλάτος, **(μον. 3)**

Δx=κλ

$$\Delta x = \kappa\frac{\upsilon}{f} \quad f = \kappa\frac{\upsilon}{\Delta x} \quad f = \kappa\frac{0,8}{0,16} \quad f = 5\kappa$$

$$(Π_2Α)^2 = (Π_1Π_2)^2 + (Π_1Α)^2$$

$$(Π_2Α)^2 = (24)^2 + (10)^2$$

$$(Π_2Α) = 26\ cm$$

$$Δx = (Π_2Α) - (Π_1Α) = 0,16\ m$$

κ=6 ➔ f=30 Hz
κ=7 ➔ f=35 Hz
κ=8 ➔ f=40 Hz

ii. παραμένει ακίνητο. **(μον. 3)**

$$\Delta x = (2\kappa-1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta x = (2\kappa-1)\frac{\upsilon}{2f} \quad f = (2\kappa-1)\frac{\upsilon}{2\Delta x} \quad f = (2\kappa-1)\frac{0,8}{2.0,16} \quad f = 2,5(2\kappa-1)$$

κ=7 ➔ f=32,5 Hz
κ=8 ➔ f=37,5 Hz

β. Αν η γεννήτρια συχνοτήτων παράγει κύματα συχνότητας 32 Hz να υπολογίσετε:

i. το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Α **(μον. 2)**

$$\mathbf{Ψ = ψ_1 + ψ_2}$$

$$\Psi = \psi_0 \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + \psi_o \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}) \qquad \Psi = \psi_0\left[\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda})\right]$$

$$\Psi = 2\psi_0 \sigma\upsilon\nu\, 2\pi(\frac{x_2 - x_1}{2\lambda})\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda})$$

Το πλάτος της ταλάντωση του σημείου Α είναι:

$$\Psi = 2\psi_0 \sigma\upsilon\nu\, 2\pi(\frac{x_2 - x_1}{2\lambda}) \qquad \Psi = 2.0{,}02\sigma\upsilon\nu\, 2\pi(\frac{0{,}16}{0{,}05}) \qquad \Psi = 2.0{,}02\sigma\upsilon\nu(6{,}4\pi)$$

Ψ=0,0124 m

ii. την απομάκρυνση του σημείου Α τις χρονικές στιγμές

(1). t = 0,1 s **(μον. 1)**

x=ut	**x=ut**	**u=λ.f**
0,1=0,8t	**0,26=0,8t**	**0,8=32.λ**
t = 0,125 s	**t = 0,325 s**	**λ = 0,025 m**

Τη χρονική στιγμή t=0,125 s φτάνει το κύμα που παράγει η Π_1 στο σημείο Α.
Τη χρονική στιγμή t = 0,325 s τα δύο κύματα συμβάλλουν στο σημείο Α.
Τη χρονική στιγμή t = 0,125 s το σημείο Α βρίσκεται στην θέση ισορροπία του γιατί κανένα από τα δύο κύμα δεν έφτασε στο σημείο Α. άρα ψ = 0.

(2). t = 0,2 s **(μον. 2)**

Τη χρονική στιγμή t=0,2 s φτάνει στο σημείο Α μόνο το κύμα που παράγει η Π_1.
Ψ= $\psi_1 + \psi_2$

$$\Psi = \psi_0 \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + 0$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu 2\pi(32.0{,}2 - \frac{0{,}1}{0{,}025})$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu 2\pi(6{,}4 - 4)$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu(4{,}8\pi)$$

$$\Psi = 0{,}012\ cm$$

(3). t = 0,4 s **(μον. 3)**

Ψ= $\psi_1 + \psi_2$

$$\Psi = \psi_0 \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + \psi_o \eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda})$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu 2\pi(32.0{,}4 - \frac{0{,}1}{0{,}025}) + 0{,}02\eta\mu 2\pi(32.0{,}4 - \frac{0{,}26}{0{,}025})$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu 2\pi(12{,}8 - 4) + 0{,}02\eta\mu 2\pi(12{,}8 - 10{,}4)$$

$$\Psi = 0{,}02.\eta\mu(17{,}6\pi) + 0{,}02.\eta\mu(4{,}8\pi)$$

$$\Psi = -0{,}019 + 0{,}012\ cm$$

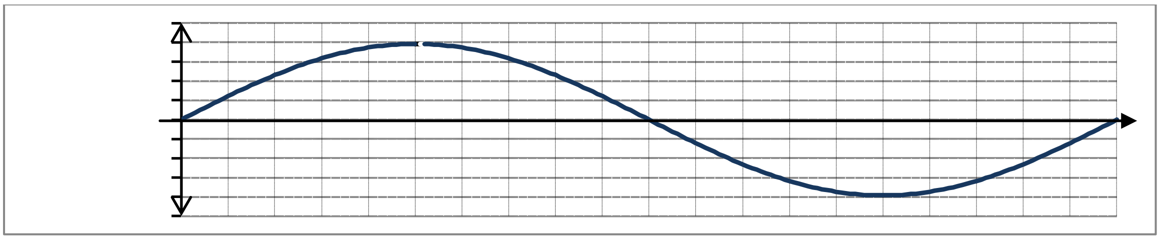
$$\Psi = -0{,}007\ cm$$

Β. α. Να εξηγήσετε τον τρόπο δημιουργίας του στάσιμου κύματος στη χορδή της πειραματικής διάταξης. **(μον. 3)**

Καθώς η γεννήτρια ταλαντώσεων πάλλεται δημιουργεί κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος της χορδής. Όταν το κύμα φτάσει στο τέλος της χορδής ανακλάται

και επιστρέφει με την αντίθετη φορά. Το προσπίπτων και ανακλώμενο κύμα έχουν την ίδια συχνότητα, πλάτος και μήκος κύματος με αποτέλεσμα όταν συμβάλουν να δημιουργούν στάσιμο κύμα. Κάποια σημεία παραμένουν ακίνητα και κάποια σημεία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

β. Η χορδή πάλλεται με τη δεύτερη αρμονική της συχνότητα. Να σχεδιάσετε τη μορφή του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στη χορδή όταν τα σημεία της χορδής βρίσκονται στις ακραίες τους θέσεις. **(μον. 2)**



γ. Να περιγράψετε δύο αλλαγές που θα κάνατε στην αρχική πειραματική διάταξη (χωρίς να αλλάξετε τη συχνότητα λειτουργίας της γεννήτριας ταλαντώσεων) έτσι που με κάθε αλλαγή η χορδή να ταλαντώνεται με τη θεμελιώδη της συχνότητα. **(μον. 4)**

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad n = 2 \cdot f \cdot L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

Για να ταλαντώνεται η χορδή με την θεμελιώδη συχνότητα θα πρέπει ο αριθμός των κοιλιών να μειωθεί. Αυτό επιτυγχάνεται με τους εξής τρόπους:

α. Να αυξηθεί (τετραπλασιασθεί) η τείνουσα δύναμη.

β. Να μειωθεί (υποτετραπλασιασθεί) η γραμμική πυκνότητα της χορδής.

γ. Να μειωθεί (υποδιπλασιασθεί) το μήκος της χορδής.

δ. Να εξηγήσετε τι εννοούμε όταν λέμε ότι «το στάσιμο κύμα δεν είναι κύμα».

(μον. 2)

Όταν λέμε ότι «το στάσιμο κύμα δεν είναι κύμα» εννοούμε ότι το στάσιμο κύμα δεν μπορεί να θεωρηθεί κύμα αφού <u>δεν διαδίδεται</u> στο ελαστικό μέσο (όπως απαιτεί ο ορισμός της έννοιας του κύματος), αλλά αποτελεί μια κατάσταση ταυτόχρονης ταλάντωσης των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.

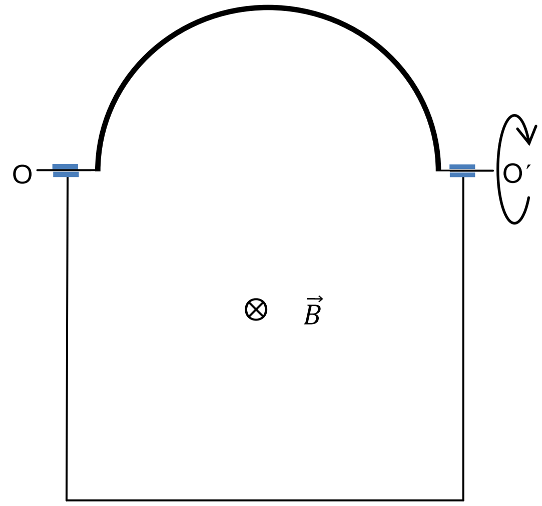
ΘΕΜΑ 5^o: (Μονάδες 20)

α. Να διατυπώσετε το νόμο του Faraday για την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή. **(μον. 3)**

Η ΗΕΔ από επαγωγή είναι ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής.

$$\boldsymbol{E = -N\frac{d\Phi}{dt}}$$

β. Το μεταλλικό πλαίσιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μαγνητικής επαγωγής $\vec{B}$. Το πάνω μέρος του πλαισίου έχει τη μορφή ημικυκλίου ακτίνας a και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα ΟΟ΄ χωρίς να χάνει επαφή με τις άλλες πλευρές του πλαισίου. Οι τρεις ευθύγραμμες πλευρές του πλαισίου έχουν μήκος b η καθεμιά. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η μαγνητική ροή μέσα από το πλαίσιο είναι μέγιστη.



i. Να υπολογίσετε τη μέγιστη μαγνητική ροή που διαρρέει το πλαίσιο. **(μον. 2)**

Η μαγνητική ροή υπολογίζεται από τη σχέση $\boldsymbol{\Phi = B\cdot S\cdot συνϑ}$, όπου $\boldsymbol{S}$ είναι το εμβαδόν του πλαισίου και $\boldsymbol{ϑ}$ είναι η γωνία μεταξύ των μαγνητικών δυναμικών γραμμών και της κάθετης στο επίπεδο του πλαισίου. Άρα, η μέγιστη μαγνητική ροή θα διαρρέει το πλαίσιο όταν αυτό έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα, όταν, δηλαδή, το ημικυκλικό τμήμα βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με το τετράγωνο τμήμα του πλαισίου και έξω από αυτό.

Άρα,

$$\boldsymbol{\Phi_{max} = B\cdot\left(b^2 + \frac{\pi a^2}{2}\right)}$$

ii. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το ημικυκλικό τμήμα του πλαισίου αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ γύρω από τον άξονα ΟΟ΄. Να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που παράγεται στο πλαίσιο σαν συνάρτηση του χρόνου. **(μον. 4)**

Λόγω της περιστροφής του ημικυκλικού τμήματος του πλαισίου η μαγνητική ροή μέσα από το πλαίσιο θα μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα με τη σχέση

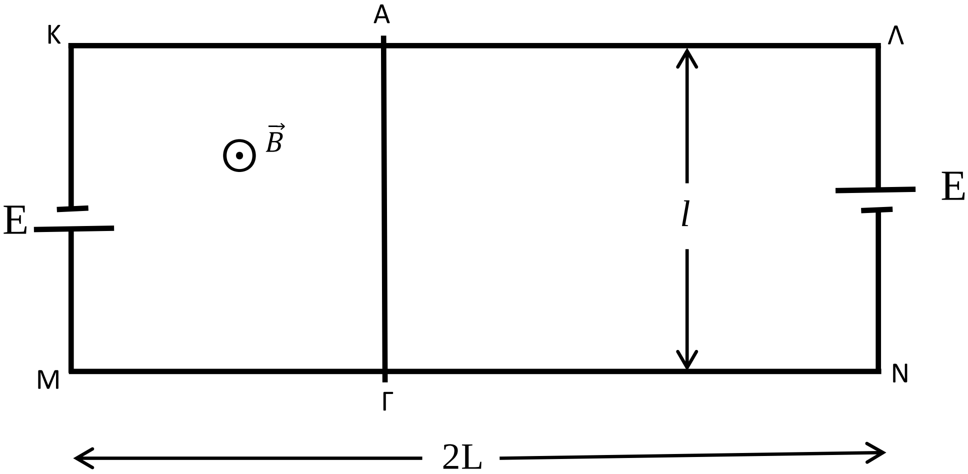
$$\boldsymbol{\Phi = B\cdot b^2 + B\cdot\frac{\pi a^2}{2}συν(\omega t)}$$

Άρα η ΗΕΔ από επαγωγή που θα εμφανιστεί στο πλαίσιο θα είναι:

$$\boldsymbol{E_{επ.} = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\pi a^2 B\omega}{2}ημ(\omega t)}$$

γ. Δύο παράλληλες μεταλλικές ράγες ΚΛ και ΜΝ μήκους 2L και αντίστασης r **ανά μονάδα μήκους** στερεώνονται στο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση l η μία από την άλλη. Τα άκρα τους συνδέονται με πανομοιότυπες ηλεκτρικές πηγές με ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε. Η αγώγιμη ράβδος ΑΓ μάζας m και αντίστασης R

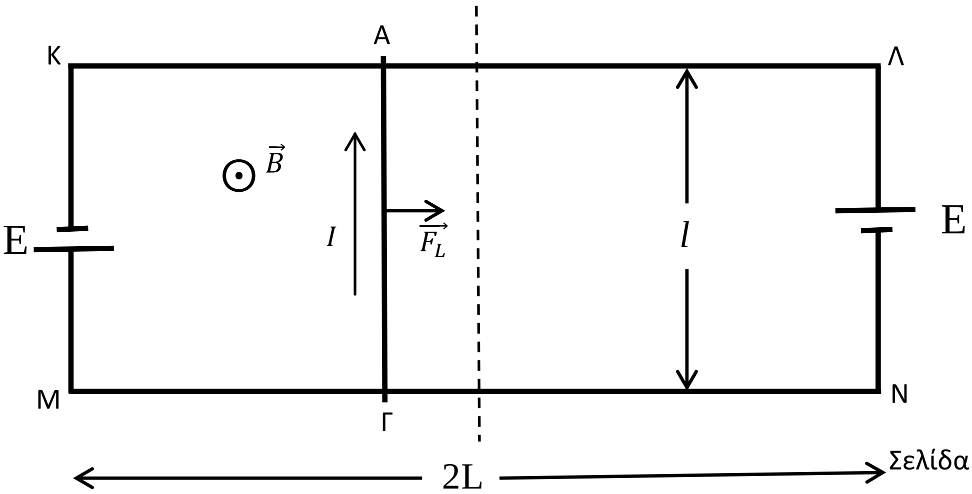
τοποθετείται κάθετα πάνω στις δύο ράγες και μπορεί να γλιστρά πάνω σε αυτές χωρίς τριβή. Το σύστημα εισάγεται σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$. Η αντίσταση των αγωγών που συνδέουν τις ράγες με τις ηλεκτρικές πηγές και οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών είναι αμελητέες.



i. Η ράβδος ΑΓ την αρχική χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται πιο κοντά στα άκρα Κ και Μ. Να περιγράψετε την κίνηση της ράβδου ΑΓ όταν αυτή αφεθεί ελεύθερη. Να εξηγήσετε την απάντησή σας. **(μον. 4)**

Η ράβδος θα εκτελέσει φθίνουσα παλινδρομική κίνηση μέχρι να ισορροπήσει στη θέση που να συνδέει τα μέσα των δύο ράγων. Αφού η ράβδος ΑΓ βρίσκεται αρχικά πιο κοντά στα άκρα Κ και Μ η αντίσταση των τμημάτων ΚΑ και ΜΓ θα είναι μικρότερη από την αντίσταση των τμημάτων ΛΑ και ΝΑ.

Άρα, η ράβδος θα διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Γ προς το Α. Αφού η ράβδος ΑΓ διαρρέεται από ρεύμα και βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο, θα ασκείται σε αυτή δύναμη Laplace με φορά προς τα άκρα Λ και Ν. Έτσι η ράβδος θα αρχίσει να κινείται με επιτάχυνση προς τα άκρα Λ και Ν. Η επιτάχυνση της ράβδου δεν θα είναι σταθερή. Θα μειώνεται για δύο λόγους: λόγω αύξησης της αντίστασης των αγωγών ΚΑ και ΜΓ και λόγω της επαγωγικής τάσης που θα αναπτυχθεί στα άκρα της ράβδου ΑΓ. Λίγο πριν περάσει από το μέσο των ράγων (διακεκομμένη γραμμή) η επιτάχυνση



της ράβδου θα μηδενιστεί. Λόγω αδράνειας η ράβδος θα συνεχίσει την κίνησή της προς τα άκρα Λ και Ν. Η αντίσταση των τμημάτων ΑΛ και ΓΝ θα γίνει μικρότερη από την αντίσταση των τμημάτων ΚΑ και ΜΓ με αποτέλεσμα η ράβδος ΑΓ να διαρρέεται από ρεύμα με φορά από το Α προς το Γ. Η φορά της δύναμης Laplace θα αντιστραφεί επιβραδύνοντας τη ράβδο. Η ράβδος θα σταματήσει για μια στιγμή σε θέση πλησιέστερη στο μέσο των ράγων σε σύγκριση με τη θέση από την οποία αφέθηκε ελεύθερη (λόγω των επαγωγικών φαινομένων). Στη συνέχεια η ράβδος θα εκτελέσει παρόμοια κίνηση προς τα άκρα Κ και Μ. Οι κινήσεις αυτές θα επαναλαμβάνονται με τη ράβδο να σταματά κάθε φορά σε μικρότερη απόσταση από το μέσο των ράγων.
Τελικά η ράβδος θα ισορροπήσει στο μέσο των ράγων.

ii. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας της ράβδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(μον. 2)**
Η θέση ισορροπίας της ράβδου είναι το μέσο των ράγων ΚΛ και ΜΝ. Σε αυτή τη θέση η διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων Α και Γ είναι μηδέν και άρα η ράβδος δεν θα διαρρέεται από ρεύμα και δεν θα ασκείται σε αυτή δύναμη Laplace.

iii. Μετατοπίζουμε τη ράβδο ΑΓ από τη θέση ισορροπίας της κατά πολύ μικρή απόσταση x πάνω στις ράγες και την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρώντας σε αυτή την περίπτωση αμελητέα τα επαγωγικά ρεύματα στη ράβδο ΑΓ να δείξετε ότι η περίοδος των ταλαντώσεων που θα εκτελεί η ράβδος δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mL((rL+R)}{ElB}}$$

Να θεωρήσετε ότι $x^2 \ll x$.

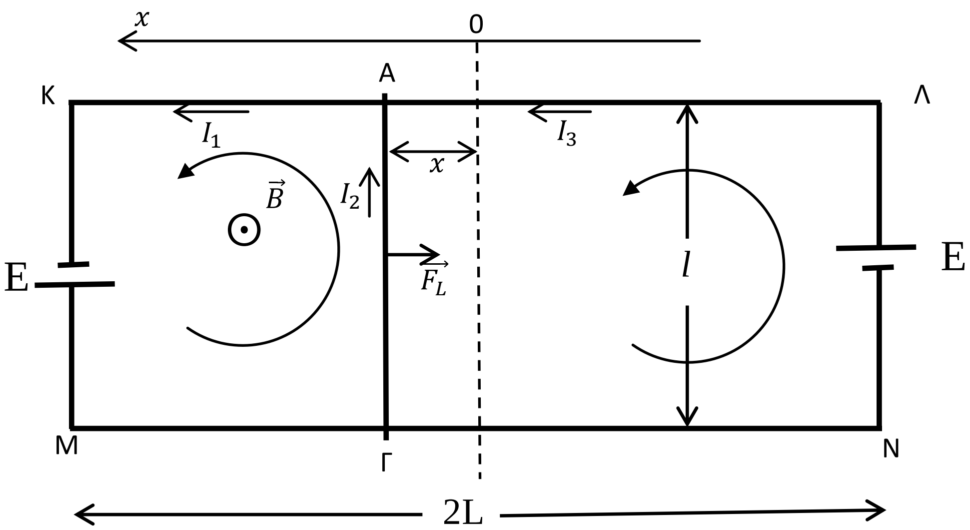
Υπενθυμίζονται οι κανόνες του Kirchhoff: $\Sigma I = 0$ για κόμβο αγωγών και $\Sigma E = \Sigma IR$ για βρόχο του κυκλώματος. **(μον. 5)**

Για να προσδιορίσουμε την περίοδο των ταλαντώσεων της ράβδου θα δείξουμε ότι η δύναμη που ασκείται στη ράβδο είναι της μορφής

$$\boldsymbol{F = -D \cdot x}$$

όπου x είναι η απομάκρυνση της ράβδου από τη θέση ισορροπίας και D είναι μια σταθερά.
Για να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκείται στη ράβδο (δύναμη Laplace) θα πρέπει να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΑΓ (χωρίς να λάβουμε υπ’ όψιν μας τα επαγωγικά φαινόμενα σε αυτή την περίπτωση).

Γι’ αυτό το σκοπό εφαρμόζουμε τους κανόνες του Kirchhoff για τον κόμβο Α και τους βρόχους ΚΑΓΜΚ και ΛΑΓΝΛ.



1ος κανόνας (για τον κόμβο Α): $\boldsymbol{\Sigma I = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 - I_1 = 0}$

$$\Rightarrow I_2 = I_1 - I_3 \qquad (1)$$

2ος κανόνας: $\boldsymbol{\Sigma E = \Sigma IR}$

Βρόχος ΚΑΓΜΚ: $E = I_1 \cdot 2r(L - x) + I_2 \cdot R \qquad$ **(2)**

Βρόχος ΛΑΓΝΛ: $E = I_3 \cdot 2r(L - x) - I_2 \cdot R \qquad$ **(3)**

Από τις εξισώσεις (1), (2) και (3) υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΑΓ:

$$I_2 = \frac{Ex}{r(L^2 - x^2) + RL}$$

Αφού $x^2 \ll x \Rightarrow x^2 \ll L^2$ και, άρα, μπορούμε να παραλείψουμε τον όρο rx^2 στον παρονομαστή. Έτσι, έχουμε

$$I_2 = \frac{Ex}{L(rL + R)}$$

Επομένως, η δύναμη Laplace που θα ασκείται στον αγωγό θα είναι ίση με

$$F_L = \frac{BEl}{L(rL + R)} \cdot x$$

Η φορά της δύναμης Laplace είναι αντίθετη της φοράς της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και άρα:

$$\overrightarrow{F_L} = -\frac{BEl}{L(rL+R)} \cdot \vec{x}$$

Αφού η δύναμη που ασκείται στη ράβδο είναι της μορφής $\vec{F} = -D \cdot x$, η ράβδος θα εκτελέσει Α. Α. Τ. με σταθερά ταλάντωσης

$$D = m\omega^2 = \frac{BEl}{L(rL+R)}$$

Επομένως, η περίοδος των ταλαντώσεων της ράβδου θα είναι

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mL((rL+R)}{ElB}}$$

Τέλος