



# ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

## 28<sup>Η</sup> ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

### Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

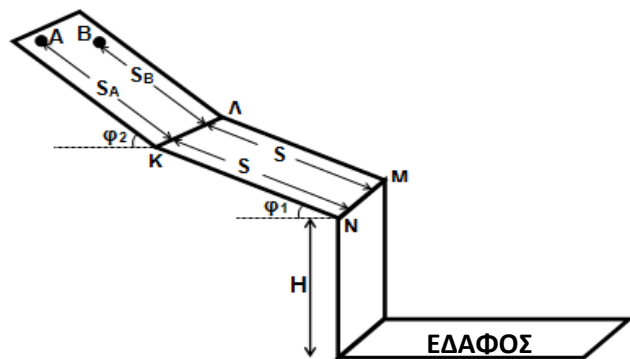
Κυριακή, 13 Απριλίου, 2014

Ώρα: 10:00 -13:00

#### ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1: (Μονάδες 24)

Τα σώματα Α και Β ολισθαίνουν κατά μήκος των δύο κεκλιμένων επιπέδων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, σε παράλληλες τροχιές. Τη χρονική στιγμή  $t = 0s$  στο σώμα Α δίνεται αρχική ταχύτητα  $U_0 = 3,25 \text{ m/s}$  ενώ ταυτόχρονα το σώμα Β αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα. Το σώμα Α έχει παντού συντελεστή τριβής ολίσθησης 0,25 και το σώμα Β έχει παντού συντελεστή τριβής ολίσθησης 0,95.



#### Δίνονται:

$S_A = 3,90 \text{ m}$ ,  $S_B = 2,25 \text{ m}$ ,  $S = 8 \text{ m}$ ,  $H = 1,80 \text{ m}$ ,  
 $\eta\mu\phi_1 = 0,4$ ,  $\sigma\upsilon\nu\phi_1 = 0,9$ ,  $\eta\mu\phi_2 = 0,9$ ,  $\sigma\upsilon\nu\phi_2 = 0,4$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος, όταν περνά από την ευθεία ΚΛ.
- β) Να υπολογίσετε πότε και πού θα προσπεράσει το ένα το άλλο για πρώτη φορά.
- γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάθε σώματος, όταν περνά από την ευθεία ΜΝ, υπό την προϋπόθεση ότι φτάνει μέχρις εκεί.
- δ) Σε ποια οριζόντια απόσταση θα φτάσουν τα δύο σώματα στο έδαφος, υπό την προϋπόθεση ότι φτάνουν μέχρις εκεί;

**Λύση:**

α) Σώμα Α στη διαδρομή S<sub>A</sub>: **(Μον. 4)**

$$B_{X(A)} - T_A = m_A \alpha_A$$

$$m_A g \eta \mu \phi_2 - \mu_A m_A g \sigma \nu \eta \mu \phi_2 = m_A \alpha_A$$

$$10 \cdot 0,9 - 0,25 \cdot 10 \cdot 0,4 = \alpha_A$$

$$\alpha_A = 8 \text{ m/s}^2$$

$$U_A^2 = U_0^2 + 2 \alpha_A S_A \rightarrow U_A = 8,54 \text{ m/s}$$

Σώμα Β στη διαδρομή S<sub>B</sub>: **(Μον. 4)**

$$B_{X(B)} - T_B = m_B \alpha_B$$

$$m_B g \eta \mu \phi_2 - \mu_B m_B g \sigma \nu \eta \mu \phi_2 = m_B \alpha_B$$

$$10 \cdot 0,9 - 0,95 \cdot 10 \cdot 0,4 = \alpha_B$$

$$\alpha_B = 5,20 \text{ m/s}^2$$

$$U_B^2 = 2 \alpha_B S_B \rightarrow U_B = 4,84 \text{ m/s}$$

β) Έστω ότι το σημείο συνάντησης Σ βρίσκεται πάνω στο επίπεδο κλίσης  $\phi_2$  **(Μον. 3)**

$$S_A - S_B = X_A - X_B \rightarrow 1,65 = U_0 t_\Sigma + 1/2 \alpha_A t_\Sigma^2 - 1/2 \alpha_B t_\Sigma^2$$

$$1,4 t_\Sigma^2 + 3,25 t_\Sigma - 1,65 = 0 \rightarrow t_\Sigma = 0,43 \text{ s}$$

$$X_A = U_0 t_\Sigma + 1/2 \alpha_A t_\Sigma^2 \rightarrow X_A = 2,14 \text{ m}$$

$$X_B = 1/2 \alpha_B t_\Sigma^2 \rightarrow X_B = 0,48 \text{ m}$$

Τα σώματα θα συναντηθούν σε απόσταση 2,14m από το Α ή σε απόσταση 0,48 m από το Β.

γ) Σώμα Α στη διαδρομή S: **(Μον. 8)**

$$B'_{X(A)} - T'_A = m_A \alpha'_A$$

$$m_A g \eta \mu \phi_1 - \mu_A m_A g \sigma \nu \eta \mu \phi_1 = m_A \alpha'_A \rightarrow \alpha'_A = 1,75 \text{ m/s}^2$$

$$U_A'^2 = U_A^2 + 2 \alpha'_A X \rightarrow U_A' = 10,05 \text{ m/s}$$

Σώμα Β στη διαδρομή S:

$$B'_{\chi(B)} - T'_B = m_B \alpha'_B$$

$$m_B g \eta \mu \phi_1 - \mu_B m_B g \sigma \nu \nu \phi_1 = m_B \alpha'_B \rightarrow \alpha'_B = -4,55 \text{ m/s}^2$$

Το σώμα Β στη διαδρομή S επιβραδύνεται, γι' αυτό εξετάζουμε αν θα φτάσει μέχρι την ευθεία MN:

$$0 = U_B^2 + 2\alpha'_B X \rightarrow X = 2,57 \text{ m}$$
 Το σώμα Β σταματά στα 2,57 m πριν την ευθεία MN.

δ) Το σώμα Α φτάνει στην ευθεία MN με ταχύτητα 10,05 m/s που σχηματίζει γωνία  $\phi_1$  με τον άξονα OX και έτσι θα εκτελέσει πλάγια βολή προς τα κάτω. **(Μον. 5)**

Κίνηση στον άξονα OΨ:

$$H = U'_{A(\psi)} \cdot t_{\pi\tau} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\pi\tau}^2 \rightarrow H = U'_{A \cdot \eta \mu \phi_1} \cdot t_{\pi\tau} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\pi\tau}^2 \rightarrow 5 t_{\pi\tau}^2 + 4,02 t_{\pi\tau} - 1,8 = 0$$

$$t_{\pi\tau} = 0,32 \text{ s}$$

Κίνηση στον άξονα OX:

$$D = U'_{A(x)} \cdot t_{\pi\tau} = U'_{A \cdot \sigma \nu \nu \phi_1} \cdot t_{\pi\tau} \quad (\text{οριζόντια απόσταση})$$

$$D = 2,89 \text{ m}$$

## **ΘΕΜΑ 2: (Μονάδες 8)**

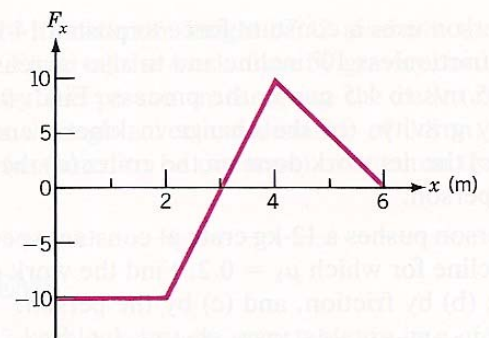
Σώμα μάζας 0,25 kg βρίσκεται αρχικά στη θέση  $x=6\text{m}$  και κινείται οριζόντια από τα δεξιά προς τα αριστερά με αρχική ταχύτητα μέτρου 20 m/s υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F_x$ . Η δύναμη σε σχέση με τη θέση του σώματος, φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Θεωρείστε τη φορά από τα αριστερά προς τα δεξιά ως θετική φορά των διανυσμάτων.

α) Σε ποια περιοχή η δύναμη  $F_x$  παράγει έργο και σε ποια περιοχή καταναλώνει;

β) Να υπολογίσετε το συνολικό έργο της δύναμης  $F_x$ , κατά τη μετατόπιση του σώματος από τα 6 m μέχρι τα 0 m.

γ) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια και την ταχύτητα του σώματος όταν περνά από τα 0 m.

δ) Σε ποιο σημείο της διαδρομής του το σώμα αποκτά τη μικρότερη ταχύτητα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



**Λύση:**

α) Από τα 6m μέχρι τα 3m η δύναμη καταναλώνει και από τα 3m μέχρι τα 0m η δύναμη παράγει έργο.

**(Μον.2)**

β) Το συνολικό έργο υπολογίζεται από το εμβαδό του σχήματος που είναι 10J. **(Μον.2)**

γ) Από το θεώρημα κινητικής ενέργειας – έργου υπολογίζεται η κινητική ενέργεια του σώματος στα 0m:

$$E_{\text{KIN(TEΛ)}} = 60\text{J} \quad \text{(Μον.2)}$$

Και η ταχύτητα του:

$$U_{\text{TEΛ}} = 21,90\text{m/s} \quad \text{(Μον.1)}$$

δ) Αποκτά τη μικρότερη ταχύτητα του στα 3m, όπου το σώμα επιβραδύνεται λόγω κατανάλωσης έργου και στη συνέχεια θα επιταχύνεται λόγω παραγωγής έργου. **(Μον.1)**

**ΘΕΜΑ 3: (Μονάδες 20)**

Φορητό αυτοκίνητο, που μεταφέρει πυροβόλο όπλο με την κάννη του να σχηματίζει γωνία  $\theta$  με το οριζόντιο επίπεδο, εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$ . Το πυροβόλο, όταν είναι ακίνητο, ρίχνει βλήματα μάζας  $m = 2\text{kg}$  με ταχύτητα  $U_0 = 50\text{m/s}$ . Τη στιγμή που το φορητό έχει αποκτήσει ταχύτητα  $U_1 = 20\text{m/s}$  το πυροβόλο εκपुरσοκροτεί και ρίχνει το βλήμα του, ενώ το φορητό συνεχίζει την επιταχυνόμενη κίνησή του. Σε κάποια στιγμή το βλήμα πέφτει και προσκρούει στο πυροβόλο.

**Δίνεται:**  $g=10\text{ m/s}^2$ .

Ζητούνται:

α) Η γωνία  $\theta$  που σχηματίζει η κάννη του πυροβόλου όπλου με το οριζόντιο επίπεδο.

β) Ο χρόνος πτήσης του βλήματος.

γ) Η εξίσωση της τροχιάς του βλήματος.

δ) Η μέση ταχύτητα του φορητού από τη στιγμή της εκपुरσοκρότησης του πυροβόλου μέχρι τη στιγμή της πρόσκρουσης του βλήματος στο πυροβόλο.

ε) Η γωνία  $\theta'$ , που πρέπει να σχηματίζει η κάννη του πυροβόλου όπλου με το οριζόντιο επίπεδο, αν το φορητό είχε σταθερή ταχύτητα  $U_1 = 20\text{m/s}$  σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του, έτσι ώστε το βλήμα να προσκρούσει στο πυροβόλο.

### Λύση:

α) Για το βλήμα του πυροβόλου ισχύουν οι εξισώσεις: **(Mov.12)**

$$\psi = U_0 \cdot \eta\mu\theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$X = U_1 \cdot t + U_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot t \quad (2)$$

Για το φορτηγό ισχύει η εξίσωση:

$$X_\phi = U_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (3)$$

$$\text{Επειδή } X = X_\phi \rightarrow U_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot t = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \quad (4)$$

$$\text{Από την εξίσωση (1) για } \psi = 0 \rightarrow t_{\text{ΠΤ}} = (2 U_0 \cdot \eta\mu\theta)/g \quad (5)$$

Από τις εξισώσεις (4) και (5) προκύπτει:

$$\epsilon\phi\theta = g/\alpha \rightarrow \boxed{\theta = 78,69^\circ}$$

β) Από την εξίσωση (5) προκύπτει: **(Mov.2)**  $\boxed{t_{\text{ΠΤ}} = 9,81\text{s}}$

γ) Από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει η εξίσωση της τροχιάς: **(Mov.2)**

$$\psi = (U_0 \cdot \eta\mu\theta \cdot X)/(U_1 + U_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta) - (g \cdot X^2)/2(U_1 + U_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta)^2$$

$$\boxed{\psi = 1,65X + 5,63 \times 10^{-3} X^2}$$

δ)  $U_\mu = X_{\text{ολ}}/t_{\text{ολ}}$  **(Mov.2)**

$$U_\mu = X\phi / t_{\text{ΠΤ}} \rightarrow U_\mu = (U_1 \cdot t + U_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot t) / t$$

$$\boxed{U_\mu = 29,81 \text{ m/s}}$$

ε) Από την εξίσωση  $\epsilon\phi\theta = g/\alpha$ , αν  $\alpha = 0 \rightarrow \epsilon\phi\theta = \infty \rightarrow \boxed{\theta = 90^\circ}$

Αν το κινητό είχε σταθερή ταχύτητα, τότε το βλήμα για να πέσει στο σημείο της εκτόξευσης θα έπρεπε να φύγει κατακόρυφα προς τα πάνω. **(Mov.2)**

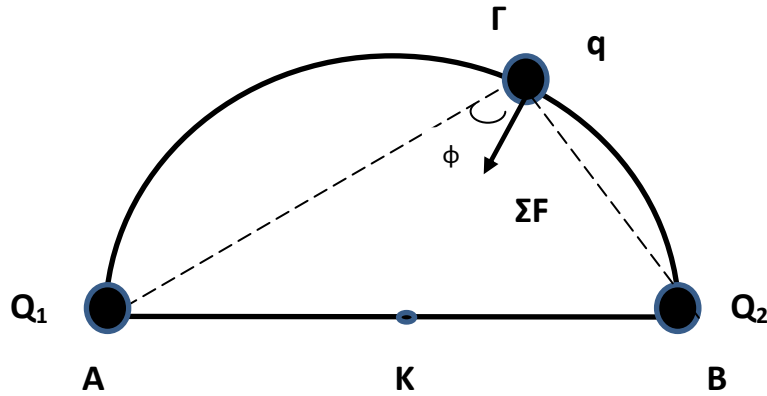
### **ΘΕΜΑ 4: (Μονάδες 8)**

Δύο φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  βρίσκονται στα σημεία **A** και **B**, της διαμέτρου ενός κύκλου. Ένα τρίτο φορτίο  $q$ , βρίσκεται σε ένα σημείο **Γ** της περιφέρειας του κύκλου και δέχεται συνισταμένη δύναμη από το **σύνθετο ηλεκτρικό πεδίο**, με κατεύθυνση το κέντρο **K** του κύκλου, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

α) Να εξηγήσετε τον όρο σύνθετο ηλεκτρικό πεδίο.

β) Να βρείτε το είδος των φορτίων  $Q_1$ ,  $Q_2$  και  $q$  (να διερευνηθούν όλες οι περιπτώσεις). Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\phi$ , σε σχέση με τα φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$ .



**Λύση:**

α) Είναι το ηλεκτρικό πεδίο, δηλαδή η περιοχή του χώρου στην οποία ασκούνται δυνάμεις σε ηλεκτρικά φορτία που τοποθετούνται σε διάφορα σημεία της, το οποίο δημιουργείται από δύο ή περισσότερα σημειακά ηλεκτρικά φορτία ή ηλεκτρισμένα σώματα. **(Mov.1)**

β) Τα φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  πρέπει να είναι ομώνυμα, είτε θετικά είτε αρνητικά και τα δύο, ενώ το φορτίο  $q$  θα πρέπει να έχει αντίθετο φορτίο από τα  $Q_1$  και  $Q_2$ . **(Mov.2)**

γ) Σύμφωνα με το νόμο Coulomb: **(Mov.5)**

$$F_1 = k (Q_1 q) / r_1^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad F_2 = k (Q_2 q) / r_2^2 \quad (2)$$

Από το τρίγωνο ABΓ, που είναι ορθογώνιο προκύπτει:

$$\epsilon\phi \phi = |F_2| / |F_1| \quad (3) \quad \text{και} \quad \epsilon\phi \phi = r_2 / r_1 \quad (4)$$

Από τις εξισώσεις ( 1 ), ( 2 ), ( 3 ) και ( 4 ) προκύπτει ότι:  $\epsilon\phi \phi = ( Q_2 / Q_1 )^{1/3}$

**ΘΕΜΑ 5: (Μονάδες 20)**

**A.** α) Ποιοι δορυφόροι ονομάζονται γεωστατικοί;

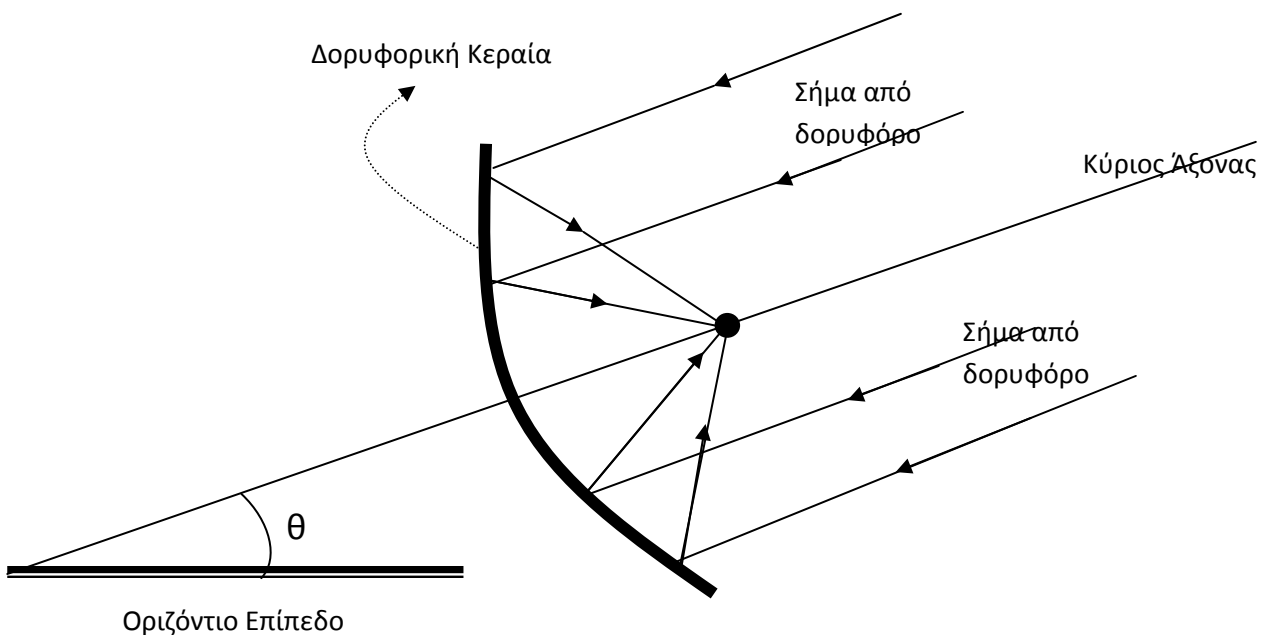
β) Ποιες προϋποθέσεις πρέπει να ικανοποιεί ένας δορυφόρος για να είναι γεωστατικός;

γ) Να υπολογίσετε το ύψος πάνω από την επιφάνεια της γης που βρίσκονται οι γεωστατικοί δορυφόροι.

δ) Μια δορυφορική κεραία για να λαμβάνει σήμα από δορυφόρο πρέπει ο κύριος άξονάς της να περνά από το δορυφόρο. Μια τέτοια δορυφορική κεραία, βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της γης σε γεωγραφικό πλάτος  $35^\circ$  (γωνία που σχηματίζεται από το επίπεδο του ισημερινού και την

ακτίνα που ξεκινά από το κέντρο της γης και καταλήγει στο σημείο που βρίσκεται η κεραία). Η κεραία αυτή λαμβάνει σήμα από γεωστατικό δορυφόρο που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του κύκλου που περνά από τη κεραία και τους δύο πόλους Βόρειο και Νότιο. Να υπολογίσετε τη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει ο κύριος άξονας της κεραίας με το οριζόντιο επίπεδο, σύμφωνα με το πιο κάτω σχήμα.

**Δίνονται οι σταθερές:**  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ,  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{m}$ ,  $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{kg}$



**B.** Δορυφόροι που περιστρέφονται γύρω από τη γη και περνούν πάνω από τους δύο πόλους της (Βόρειο και Νότιο) ονομάζονται πολικοί. Μια από τις χρήσεις τους είναι και η χαρτογράφηση της επιφάνειας του πλανήτη.

Να υπολογίσετε:

α) Τις δύο περιόδους περιστροφής που πρέπει να έχει ένας πολικός δορυφόρος έτσι ώστε όταν εκτελεί μια πλήρη περιστροφή να χαρτογραφεί σημεία που, είτε προηγούνται είτε υστερούν κατά  $10^\circ$  σε σχέση με το προηγούμενο πέρασμά του. Να θεωρήσετε ότι και στις δυο περιπτώσεις η φορά περιστροφής του δορυφόρου είναι η ίδια.

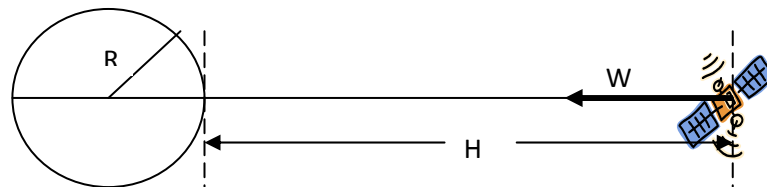
β) Τα δύο ύψη που πρέπει να βρίσκεται ο δορυφόρος για να ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του προηγούμενου ερωτήματος.

**Λύση:**

A. α) Γεωστατικοί ονομάζονται οι δορυφόροι που φαίνονται ακίνητοι ως προς ένα παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στη γη. **(Μον.2)**

β) Ένας δορυφόρος για να είναι γεωστατικός πρέπει: ι) Να βρίσκεται στο επίπεδο του ισημερινού, ιι) Να έχει την ίδια φορά περιστροφής με τη γη και ιιι) Να έχει την ίδια περίοδο περιστροφής με τη γη δηλαδή 24 ώρες. **(Μον.3)**

γ) **(Μον.4)**

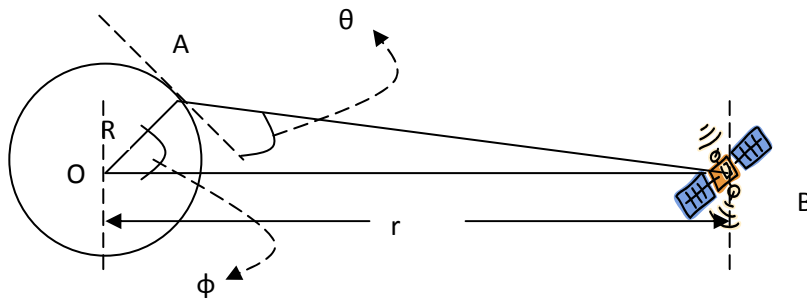


$$W = F_k \Rightarrow G \frac{M_\Gamma M_\Delta}{(R+H)^2} = M_\Delta \frac{4\pi^2}{T^2} (R+H) \Rightarrow (R+H)^3 = \frac{GM_\Gamma T^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow H = \sqrt[3]{\frac{GM_\Gamma T^2}{4\pi^2}} - R = \boxed{35,86 \times 10^6 \text{m}}$$



δ) (Mov.5)



$$r = R + H = 6,37 \times 10^6 + 35,86 \times 10^6 = 42,23 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\phi = 35^\circ$$

$\theta =$ ;

Με το νόμο των συνημιτόνων υπολογίζουμε την απόσταση (AB)

$$(AB)^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi = (6,37 \times 10^6)^2 + (42,23 \times 10^6)^2 - 2 \times 6,37 \times 10^6 \times 42,23 \times 10^6 \times \cos 35^\circ$$

$$\Rightarrow (AB) = 37,19 \times 10^6 \text{ m}$$

Με το νόμο των ημιτόνων υπολογίζουμε τη γωνία  $\delta = 90^\circ + \theta$ .

$$\frac{\eta \mu \delta}{r} = \frac{\eta \mu \phi}{(AB)} \Rightarrow \eta \mu \delta = r \frac{\eta \mu \phi}{(AB)} = 42,23 \times 10^6 \frac{\eta \mu 35^\circ}{37,19 \times 10^6} = 0,651$$

$$\Rightarrow \delta = 139^\circ \Rightarrow \theta = 139 - 90 = \boxed{49^\circ}$$

$$\text{B. } \alpha) T_1 = T_r + \frac{10}{360} T_r = \frac{370}{360} T_r = \boxed{88800 \text{ s}} \quad (\text{Mov.2})$$

$$T_2 = T_r - \frac{10}{360} T_r = \frac{350}{360} T_r = \boxed{84000 \text{ s}} \quad (\text{Mov.2})$$

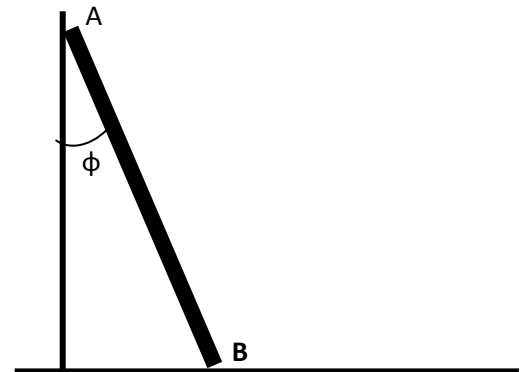
$$\beta) H_1 = \sqrt[3]{\frac{GM_\Gamma T_1^2}{4\pi^2}} - R = \boxed{36,7 \times 10^6 \text{ m}} \quad (\text{Mov.1})$$

$$H_2 = \sqrt[3]{\frac{GM_\Gamma T_2^2}{4\pi^2}} - R = \boxed{35,1 \times 10^6 \text{ m}} \quad (\text{Mov.1})$$

### ΘΕΜΑ 6: (Μονάδες 20)

**A.** Να γράψετε τις δύο συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος.

**B.** Η ομογενής και ισοπαχής δοκός AB του σχήματος έχει μήκος  $L= 1\text{m}$  και βάρος  $W= 100\text{N}$ . Η δοκός ακουμπά πάνω σε κατακόρυφο τοίχο και στο πάτωμα. Οι συντελεστές στατικής τριβής μεταξύ τοίχου- δοκού και πατώματος- δοκού είναι ίδιοι και ίσοι με 0,3.



α) Αφού αντιγράψετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων, να σχεδιάσετε τις τρεις δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό. Δηλαδή το βάρος και τις αντιδράσεις τοίχου και πατώματος.

β) Να αποδείξετε ότι οι τρεις ευθείες πάνω στις οποίες βρίσκονται οι δύο αντιδράσεις και το βάρος, διέρχονται από το ίδιο σημείο.

γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η γωνία  $\phi$  που σχηματίζει η δοκός με το τοίχο έτσι ώστε αυτή να ισορροπεί.

δ) Στη περίπτωση που η δοκός ισορροπεί και σχηματίζει με το τοίχο τη μέγιστη γωνία  $\phi$ , να υπολογίσετε το μέτρο των αντιδράσεων που ασκούν τοίχος και πάτωμα σε αυτή.

#### Λύση:

**A.** Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα πρέπει :

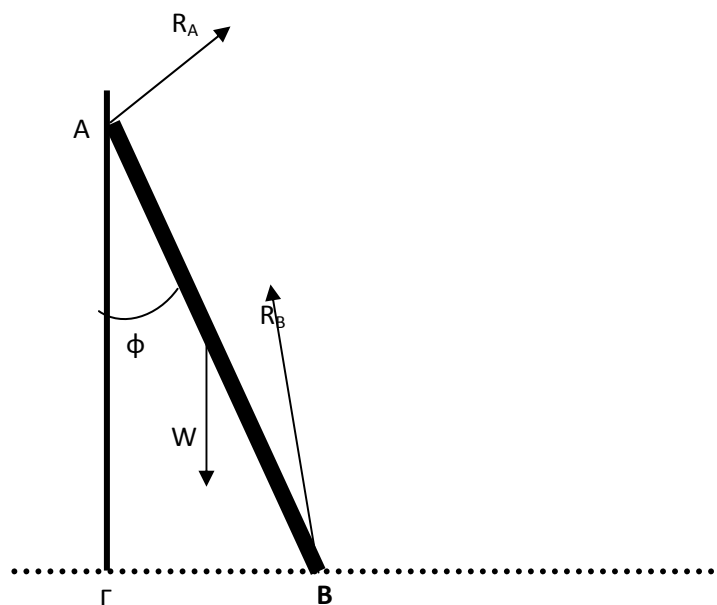
ι) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό να είναι μηδέν.

$$\Sigma F = 0$$

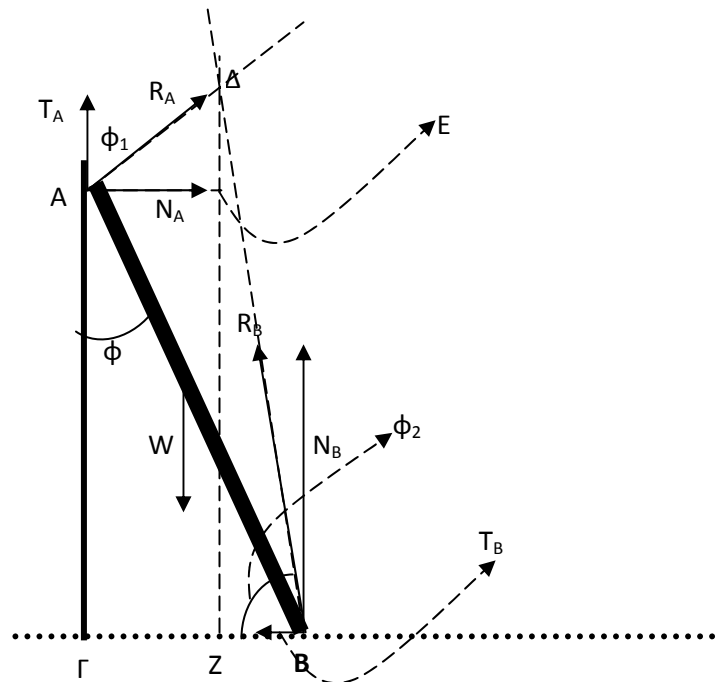
ιι) Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό να είναι μηδέν.

$$\Sigma M = 0 \quad (\text{Μον.4})$$

**B. α) (Μον.3)**



β) (Mov.5)



$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_A + N_B = W \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_A = T_B \quad (2)$$

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow W \frac{L}{2} \eta \mu \phi = T_A L \eta \mu \phi + N_A L \sigma \nu \phi$$

$$\Rightarrow \frac{W}{2} \eta \mu \phi - T_A \eta \mu \phi = N_A \sigma \nu \phi \Rightarrow \left( \frac{W}{2} - T_A \right) \epsilon \phi \phi = N_A$$

$$\left( \frac{W}{2} - T_A \right) \left[ \frac{(\Gamma Z) + (ZB)}{(\Delta \Gamma)} \right] = N_A \quad (3)$$

$$\epsilon \phi \phi_2 = \frac{(\Delta E) + (EZ)}{(ZB)} = \frac{N_B}{T_B} \quad (4)$$

$$\varepsilon\phi\phi_1 = \frac{(\Gamma Z)}{(\Delta E)} = \frac{N_A}{T_A} \Rightarrow (\Delta E) = \frac{T_A(\Gamma Z)}{N_A} \quad (5)$$

$$\Rightarrow (2,4,5) \frac{\frac{T_A(\Gamma Z)}{N_A} + \frac{(A\Gamma)N_A}{N_A}}{(ZB)} = \frac{N_B}{N_A} \Rightarrow T_A(\Gamma Z) + (A\Gamma)N_A = N_B(ZB) \quad (6)$$

$$\Rightarrow (3,6) \quad \cancel{T_A(\Gamma Z)} + \frac{W}{2}(\Gamma Z) + \frac{W}{2}(ZB) - \cancel{T_A(\Gamma Z)} - \cancel{T_A(ZB)} = N_B(ZB) \quad (7)$$

$$\Rightarrow (1,7) \quad \frac{W}{2}(\Gamma Z) + \frac{W}{2}(ZB) - (W - N_B)(ZB) = N_B(ZB)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{W}{2}(\Gamma Z) + \frac{W}{2}(ZB) - W(ZB) + N_B(ZB) = N_B(ZB)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{(\Gamma Z) = (ZB)}$$

Επομένως το σημείο Z βρίσκεται στο μέσο του ευθύγραμμου τμήματος (ΓΒ). Το βάρος W διέρχεται και αυτό από το μέσο Z του ευθύγραμμου τμήματος (ΓΒ) και επειδή έχει διεύθυνση κατακόρυφη, όπως και το ευθύγραμμο τμήμα (ΔΖ), θα διέρχεται και από το Δ.

$$\gamma) T_A + N_B = W \Rightarrow \mu N_A + N_B = W \Rightarrow \mu T_B + N_B = W \Rightarrow \mu \mu N_B + N_B = W \quad \text{(Mov.4)}$$

$$\Rightarrow N_B = \frac{W}{\mu^2 + 1}$$

$$T_A = W - N_B = W - \frac{W}{\mu^2 + 1} \Rightarrow T_A = \mu^2 \frac{W}{\mu^2 + 1}$$

$$T_A = \mu N_A \Rightarrow N_A = \frac{T_A}{\mu} \Rightarrow N_A = \mu \frac{W}{\mu^2 + 1}$$

$$T_B = N_A \Rightarrow T_B = \mu \frac{W}{\mu^2 + 1}$$

$$\left(\frac{W}{2} - T_A\right)\varepsilon\phi\phi = N_A \Rightarrow \left(\frac{W}{2} - \mu^2 \frac{W}{\mu^2 + 1}\right)\varepsilon\phi\phi = \mu \frac{W}{\mu^2 + 1} \Rightarrow (\mu^2 + 1 - 2\mu^2)\varepsilon\phi\phi = 2\mu$$

$$\Rightarrow \varepsilon\phi\phi = \frac{2\mu}{1 - \mu^2} \Rightarrow \varepsilon\phi\phi = \frac{2 \cdot 0,3}{1 - 0,09} = 0,659 \Rightarrow \boxed{\phi = 33,4^\circ}$$

$$\delta) N_B = \frac{W}{\mu^2 + 1} = 91,74\text{N} \quad \text{(Mov.4)}$$

$$T_A = \mu^2 \frac{W}{\mu^2 + 1} = 8,26\text{N}$$

$$N_A = \mu \frac{W}{\mu^2 + 1} = 27,52\text{N}$$

$$T_B = \mu \frac{W}{\mu^2 + 1} = 27,52\text{N}$$

$$R_A = \sqrt{N_A^2 + T_A^2} = \boxed{28,73\text{N}}$$

$$R_B = \sqrt{N_B^2 + T_B^2} = \boxed{95,78\text{N}}$$

-- ΤΕΛΟΣ ΛΥΣΕΩΝ --