ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

27η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (Δεύτερη Φάση)
Κυριακή, 31 Μαρτίου, 2013

Ώρα: 10:00 - 13:00

Απενεργοποιήστε τα κινητά σας τηλέφωνα!!!

Παρακαλώ διαβάστε πρώτα τα πιο κάτω, πριν απαντήσετε οποιαδήποτε ερώτηση

Γενικές Οδηγίες:

1) Είναι πολύ σημαντικό να δηλώσετε ορθά στον κατάλληλο χώρο στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων τα εξής στοιχεία: (α) Όνομα και Επώνυμο, (β) Όνομα πατέρα, (γ) Σχολείο, (δ) Τηλέφωνο.
2) Το δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) σελίδες και περιέχει έξι (6) θέματα.
3) Η εξέταση διαρκεί τρεις (3) ώρες.
4) Η συνολική βαθμολογία του εξεταστικού δοκιμίου είναι 100 μονάδες.
5) Χρησιμοποιήστε μόνο στυλό με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρο. Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
6) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
7) Επιτρέπεται η χρήση μόνο μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
8) Δηλώστε στις σελίδες του τετραδίου απαντήσεων τον αριθμό του προβλήματος και το αντίστοιχο γράμμα του ερωτήματος που απαντάτε.
9) Εάν χρησιμοποιήσετε κάποιες σελίδες του τετραδίου απαντήσεων για δικές σας σημειώσεις που δεν επιθυμείτε να βαθμολογηθούν, βάλτε ένα μεγάλο σταυρό (Χ) σε αυτές τις σελίδες ώστε να μην ληφθούν υπόψη στη βαθμολόγηση.
10) Να χρησιμοποιείτε μόνο σταθερές ή σχέσεις που δίνονται στο αντίστοιχο θέμα αλλά και στο τέλος των γενικών οδηγιών.
11) Τα σχήματα όλων των θεμάτων δεν είναι υπό κλίμακα.

Δεδομένα:

Ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων: $\vec{u_1} + \vec{v_1} = \vec{u_2} + \vec{v_2}$

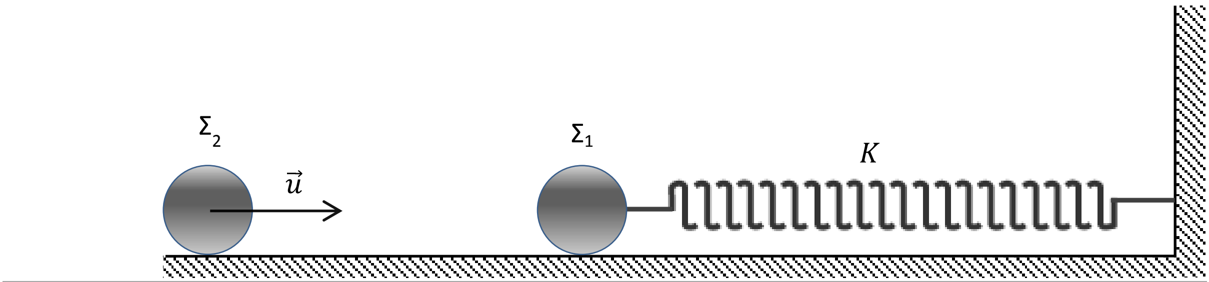
$h=6{,}67\times10^{-34}$ Js, $1eV=1{,}6\times10^{-19}$ J και $m_e=9{,}1\times10^{-31}$ kg

Εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας φ και ακτίνας R : $S=\frac{1}{2}\varphi R^2$

Να απαντήσετε όλα τα προβλήματα που ακολουθούν

Θέμα 1ο (10 μονάδες)

α. Σε λεία οριζόντια επιφάνεια βρίσκεται σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 συνδεδεμένη με ελατήριο σταθεράς K. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στον τοίχο. Δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 $(m_2 < m_1)$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την πρώτη σφαίρα. Η ταχύτητα της σφαίρας Σ_2 πριν την κρούση είναι $\vec{u}$.



i. Να εξηγήσετε σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί η σφαίρα Σ_2 μετά την κρούση.

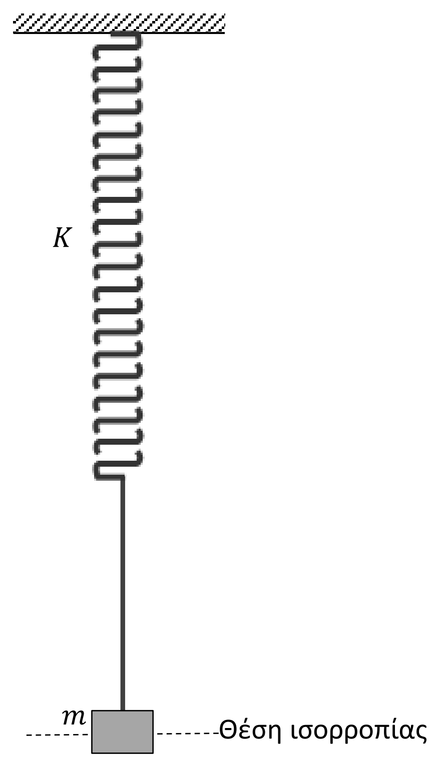
(μον. 2)

ii. Με ποιο πλάτος θα εκτελέσει ταλάντωση η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση;

(μον. 4)

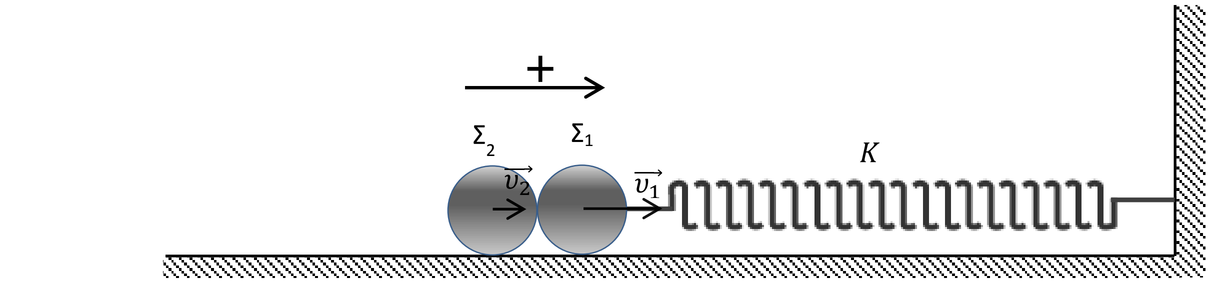
β. Στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $K = 50\ \mathrm{N/m}$ είναι δεμένο αβαρές νήμα, από το οποίο κρέμεται σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$. Τραβώντας το σώμα κάτω από τη θέση ισορροπίας του και αφήνοντάς το, αυτό αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση.
Να υπολογίσετε μέχρι ποια μέγιστη απόσταση κάτω από τη θέση ισορροπίας μπορούμε να απομακρύνουμε το σώμα έτσι ώστε το νήμα να παραμένει συνέχεια τεντωμένο κατά την ταλάντωση του σώματος.
Δίνεται: $g = 9{,}81\ m/s^2$.

(μον. 4)



Λύση

α. Έστω ότι αμέσως μετά την κρούση οι δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 θα έχουν ταχύτητα $\vec{\upsilon_1}$ και $\vec{\upsilon_2}$, αντίστοιχα, όπως φαίνεται και στο σχήμα.



Εφαρμόζοντας στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης των δύο σφαιρών τα θεωρήματα διατήρησης ορμής και ενέργειας υπολογίζουμε τις ταχύτητες $\vec{\upsilon_1}$ και $\vec{\upsilon_2}$.

$$\left.\begin{aligned} m_2 u &= m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 \\ \frac{1}{2} m_2 u^2 &= \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \upsilon_1 &= \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u \\ \upsilon_2 &= \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u \end{aligned}$$

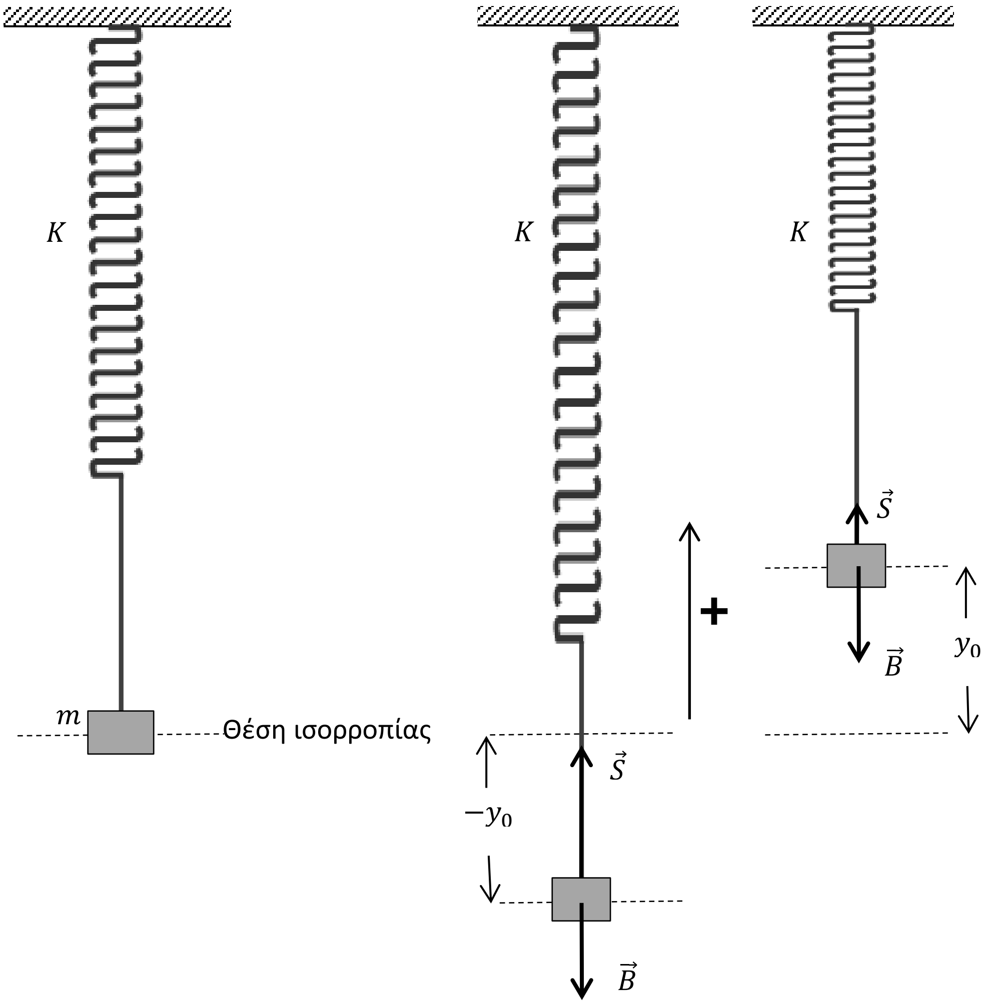
(μον. 1)

i. Αφού $m_2 < m_1$, συνεπάγεται ότι η $\upsilon_2 < 0$. Άρα η φορά της ταχύτητας του Σ_2 είναι αντίθετη από αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Η σφαίρα Σ_2 θα κινηθεί προς τα αριστερά μετά την κρούση. **(μον. 1)**

ii. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K}}$ και μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ίση με υ_1. Άρα, $\upsilon_1 = x_0\omega$ **(μον. 1)**, όπου x_0 είναι το πλάτος της ταλάντωσης και $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$ **(μον. 1)** είναι η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης. Αντικαθιστώντας τα μεγέθη υ_1 και ω στη σχέση $\upsilon_1 = x_0\omega$ υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης:

$$x_0 = \frac{2m_2 u}{m_1+m_2}\sqrt{\frac{m_1}{K}} \qquad \textbf{(μον. 2)}$$

β. Η απόσταση στην οποία απομακρύνεται το σώμα κάτω από τη θέση ισορροπίας αποτελεί και πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα όταν αφήνεται ελεύθερο. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης.



Για οποιαδήποτε θέση του σώματος ισχύει $S - B = -Ky$ **(μον. 1)**. Άρα $S = mg - Ky$. Αφού πρέπει η τάση του νήματος να είναι μεγαλύτερη από το μηδέν θα πρέπει $mg - Ky > 0$ **(μον. 1)** και, άρα,

$$y < \frac{mg}{K} = 0{,}20 \text{ m} \qquad \textbf{(μον. 2)}$$

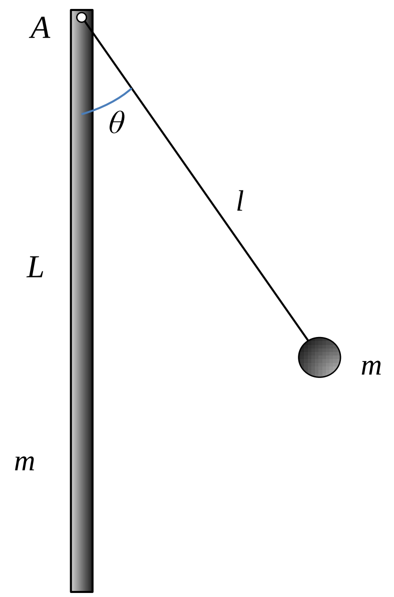
Συνεπώς, η μέγιστη απόσταση στην οποία μπορούμε να απομακρύνουμε το σώμα κάτω από τη θέση ισορροπίας έτσι ώστε κατά την ταλάντωση του σώματος να μην χαλαρώσει το νήμα είναι

$$y_{0_{max}} = 0{,}20 \text{ m}$$

Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί και με τον εξής συλλογισμό. Η τάση του αβαρούς νήματος είναι ίση με τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο νήμα. Όταν κατά την ταλάντωση του σώματος το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με μηδέν και, άρα, θα μηδενιστεί και η τάση του νήματος. Η θέση στην οποία το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος προσδιορίζεται από τη σχέση $mg = Ky$. Άρα $y = \frac{mg}{K} = 0{,}20$ m. Έτσι, το πλάτος της ταλάντωσης δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από αυτή την τιμή.

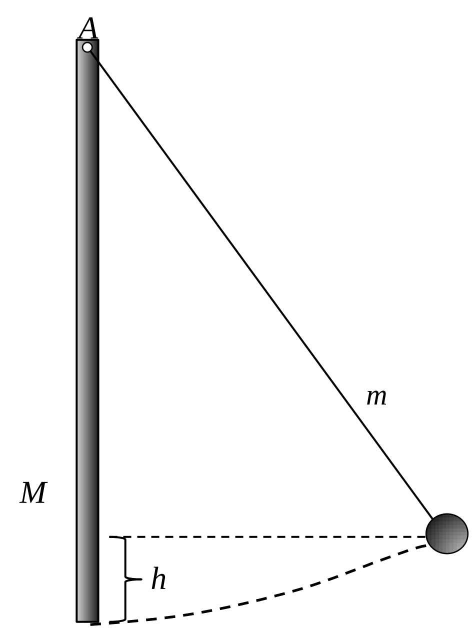
Θέμα 2ο (10 μονάδες)

α. Λεπτή ράβδος μάζας m και μήκους L μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Από τον ίδιο άξονα κρέμεται με νήμα μήκους l $(l < L)$ μικρή σφαίρα της ίδιας μάζας m. Η σφαίρα απομακρύνεται έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο και αφήνεται ελεύθερη. Να υπολογίσετε σε συνάρτηση με το μήκος της ράβδου, το μήκος του νήματος για το οποίο η σφαίρα μετά τη σύγκρουσή της με τη ράβδο θα ακινητοποιηθεί. Η σύγκρουση να θεωρηθεί απόλυτα ελαστική. Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής: $I = \frac{1}{3}mL^2$.



(μον. 4)

β. Απλό εκκρεμές μάζας m και ράβδος μάζας M κρέμονται από το ίδιο σημείο Α, γύρω από το οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα. Το μήκος του νήματος του εκκρεμούς είναι ίσο με το μήκος της ράβδου. Το σφαιρίδιο του απλού εκκρεμούς απομακρύνεται από την κατακόρυφη θέση έτσι ώστε να ανυψωθεί σε ύψος h πάνω από τη χαμηλότερή του θέση. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο. Να υπολογίσετε:



i. την κοινή ταχύτητα του σφαιριδίου και του κάτω άκρου της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

(μον. 3)

ii. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανέλθουν το σφαιρίδιο και το κάτω άκρο της ράβδου.

(μον. 3)

Λύση

α. Έστω ότι μόλις πριν την κρούση της σφαίρας με τη ράβδο η ταχύτητα της σφαίρας είχε μέτρο u και μετά την κρούση η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω .

Εφαρμόζουμε τα θεωρήματα διατήρησης της στροφορμής για την ελαστική κρούση της σφαίρας με τη ράβδο.

Θ. Δ. Στροφορμής: $mul = I\omega \Rightarrow mul = \frac{1}{3}mL^2\omega \Rightarrow u = \frac{L^2\omega}{3l}$ **(μον. 1)**

Θ. Δ. Ενέργειας: $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow mu^2 = \frac{1}{3}mL^2\omega^2 \Rightarrow u^2 = \frac{L^2\omega^2}{3}$ **(μον. 1)**

Συνδυάζοντας τις δύο αυτές σχέσεις βρίσκουμε ότι

$$\boxed{l = \frac{L}{\sqrt{3}}}$$ **(μον. 2)**

β.

i. Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας υπολογίζουμε την ταχύτητα της σφαίρας μόλις πριν την κρούση:

$$mgh = \frac{1}{2}mu^2 \Rightarrow u^2 = 2gh$$ **(μον. 1)**

Συμβολίζουμε με l το μήκος της ράβδου. Εφαρμόζουμε το θεώρημα διατήρησης της στροφορμής για να υπολογίσουμε την ταχύτητα υ της σφαίρας (και του κάτω άκρου της ράβδου) μετά την κρούση:

$$mul = I\omega + m\upsilon l \Rightarrow mul = \frac{1}{3}Ml^2\omega + m\upsilon l \xRightarrow{(\upsilon=\omega l)} \upsilon = \frac{3m}{M+3m}u$$ **(μον. 2)**

ii. Στη συνέχεια τα δύο σώματα κινούνται μαζί και περιστρεφόμενα γύρω από τον κοινό άξονα. Έστω ότι το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει η σφαίρα και το κάτω άκρο της ράβδου είναι H. Για να το υπολογίσουμε εφαρμόζουμε το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = mgH + Mg\frac{H}{2}$$ **(μον. 1)**

Ο τελευταίος όρος στη πιο πάνω σχέση είναι η δυναμική ενέργεια που αποκτά η ράβδος. Όταν το κάτω άκρο της ράβδου ανυψώνεται κατά H το κέντρο βάρους της θα ανυψωθεί κατά $\frac{H}{2}$. Άρα:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\omega^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 = mgH + Mg\frac{H}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}M\upsilon^2 + m\upsilon^2 = (M+2m)gH$$

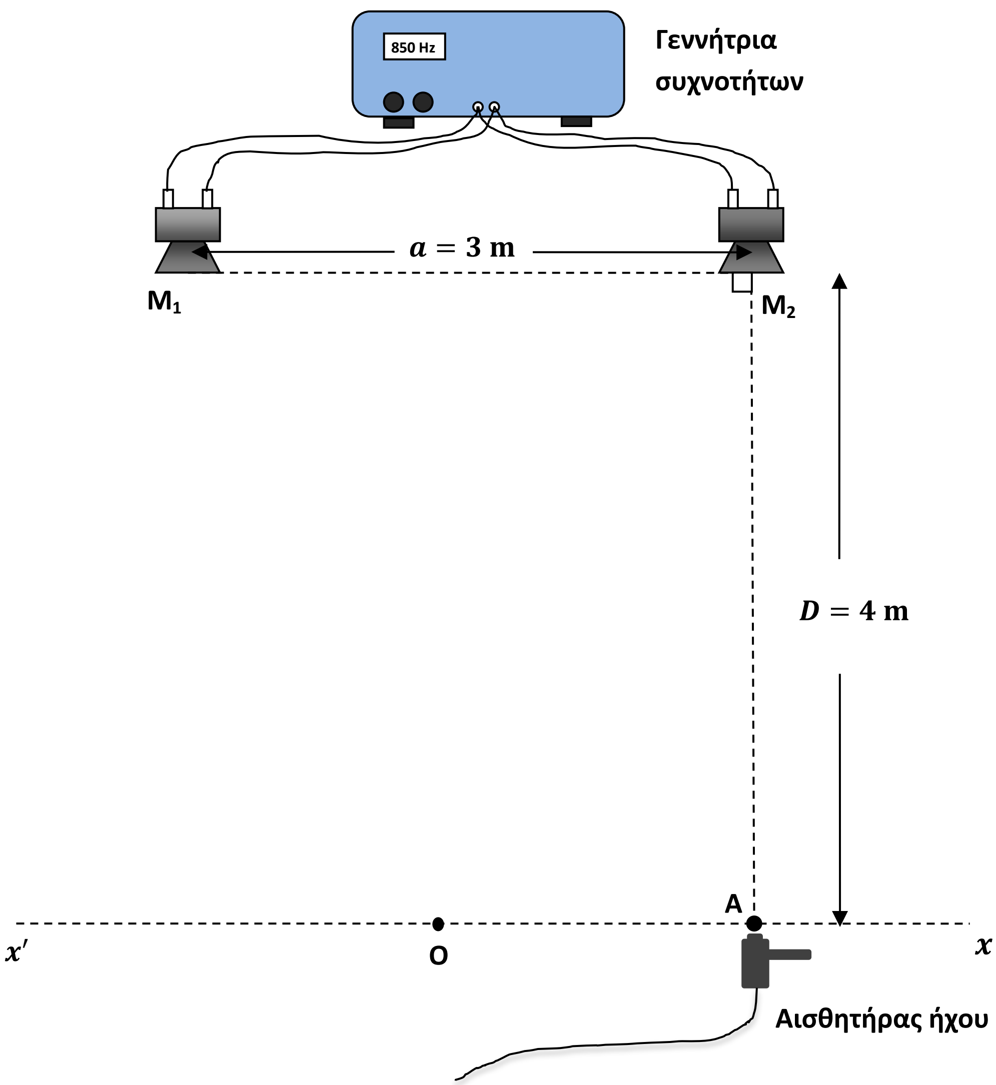
$$\Rightarrow H = \frac{M+3m}{3(M+2m)g}\upsilon^2$$

Αντικαθιστώντας το υ^2 θα έχουμε

$$\Rightarrow H = \frac{M+3m}{3(M+2m)g} \cdot \frac{9m^2}{(M+3m)^2}u^2 \;\Rightarrow \boxed{H = \frac{6m^2}{(M+3m)(M+2m)}h} \qquad \textbf{(μον. 2)}$$

Θέμα 3ο (20 μονάδες)

Στην αίθουσα του εργαστηρίου Φυσικής οι μαθητές πραγματοποιούν πείραμα για τη μελέτη της συμβολής των ηχητικών κυμάτων. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούν δύο μεγάφωνα M_1 και M_2, τα οποία τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων. Οι μαθητές προσδιορίζουν με τη βοήθεια αισθητήρα ήχου την ένταση του ήχου κατά μήκος της ευθείας $x'x$ που είναι παράλληλη με την ευθεία που ενώνει τα δύο μεγάφωνα. Η πειραματική διάταξη φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



α. Να δώσετε τον ορισμό του φαινομένου της συμβολής δύο κυμάτων. **(μον. 2)**

β. Να εξηγήσετε γιατί τα δύο μεγάφωνα πρέπει να τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων. **(μον. 2)**

γ. Τα δύο μεγάφωνα παράγουν ήχο συχνότητας $850\ \mathrm{Hz}$ και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $a = 3\ \mathrm{m}$. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $u = 340\ \mathrm{m/s}$. Η ευθεία $x'x$ απέχει από την ευθεία M_1M_2 απόσταση $D = 4\ \mathrm{m}$. Το σημείο Ο βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος M_1M_2 και το σημείο Α στην κάθετο του ευθύγραμμου τμήματος M_1M_2 στο σημείο M_2.

i. Να δείξετε ότι για το σημείο Α ισχύει η συνθήκη καταστροφικής συμβολής των κυμάτων από τα δύο μεγάφωνα

$\Delta x = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$. **(μον. 3)**

ii. Σε πόσα άλλα σημεία μεταξύ των σημείων Ο και Α θα παρατηρείται καταστροφική συμβολή; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **(μον. 5)**

δ. Όταν ο αισθητήρας ήχου τοποθετηθεί στο σημείο Α καταγράφει ένταση ήχου διαφορετική από το μηδέν, παρ' όλο που θεωρητικά η ένταση του ήχου σε αυτό το σημείο θα έπρεπε να είναι ίση με μηδέν.

i. Να δώσετε δύο πιθανές αιτίες για τις οποίες η ένταση του ήχου στο Α δεν είναι μηδέν. **(μον. 4)**

ii. Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο στο πιο πάνω πείραμα θα βεβαιωθείτε ότι στο Α συμβαίνει καταστροφική συμβολή. **(μον. 4)**

<u>Λύση</u>

α. Συμβολή δύο κυμάτων ονομάζεται το αποτέλεσμα της συνάντησης δύο κυμάτων της ίδιας φύσης. **(μον. 2)**

β. Τα δύο μεγάφωνα θα πρέπει να τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων για να είναι βέβαιο ότι τα δύο μεγάφωνα εκπέμπουν ήχο της ίδιας συχνότητας (είναι δηλαδή σύμφωνες πηγές), κάτι που θα ήταν δύσκολο να επιτευχθεί με τη χρήση δύο γεννητριών συχνοτήτων. Επιπλέον, η χρήση μιας γεννήτριας συχνοτήτων για την τροφοδοσία των δύο μεγαφώνων διασφαλίζει και το ότι οι δύο πηγές είναι και σύγχρονες, αφού θα έχουν μηδενική διαφορά φάσης.

(μον. 2)

γ.

i. Για να υπολογίσουμε τη διαφορά δρόμου $\Delta x = M_1A - M_2A$ υπολογίζουμε την απόσταση

M_1A εφαρμόζοντας πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο M_1M_2A. Προκύπτει ότι $M_1A = 5\ \mathrm{m}$.

Άρα $\Delta x = 1\ \mathrm{m}$. **(μον. 1)**

Από την εξίσωση της κυματικής $u = \lambda \cdot f$ υπολογίζουμε το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπουν τα δύο μεγάφωνα:

$$\lambda = \frac{u}{f} = \frac{340}{850} = 0{,}4\ \mathrm{m}$$

(μον. 1)

Άρα $\Delta x = 5\frac{\lambda}{2}$, κάτι που σημαίνει ότι για το Α ισχύει η συνθήκη καταστροφικής συμβολής με $K = 2$. **(μον. 1)**

ii. Καταστροφική συμβολή θα παρατηρείται σε 2 σημεία **(μον. 2)** μεταξύ των σημείων Ο και Α. Αφού η διαφορά δρόμου για το Ο είναι 0 και για το Α είναι $5\frac{\lambda}{2}$ θα υπάρχουν μεταξύ αυτών των σημείων σημεία για τα οποία η διαφορά δρόμου θα είναι $1\frac{\lambda}{2}$ και $3\frac{\lambda}{2}$. **(μον. 3)**

δ.

i. Πιθανές αιτίες λόγω των οποίων η ένταση του ήχου στο Α δεν είναι μηδέν:

- Στο σημείο Α φθάνουν και ανακλώμενα από τα τοιχώματα της αίθουσας ηχητικά κύματα.
- Η ένταση του κύματος που φθάνει από τα δύο μεγάφωνα ίσως να είναι διαφορετική λόγω της διαφορετικής απόστασης που διανύουν τα δύο κύματα.
- Τα δύο μεγάφωνα ίσως να παράγουν ηχητικά κύματα διαφορετικού πλάτους.

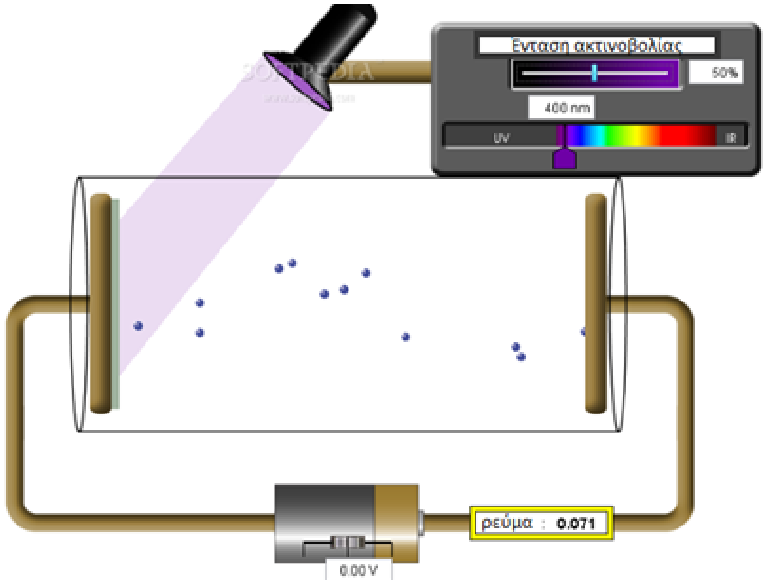
(μον. 4)

ii. Για να βεβαιωθούμε ότι στο Α παρατηρείται καταστροφική συμβολή θα πρέπει να μετακινήσουμε τον αισθητήρα ήχου κατά μήκος της ευθείας αριστερά και δεξιά από το σημείο Α και να βεβαιωθούμε ότι στο Α παρατηρείται η μικρότερη τιμή της έντασης του ήχου μεταξύ δύο μέγιστων τιμών. **(μον. 4)**

Θέμα 4ο (25 μονάδες)

Το βραβείο Nobel Φυσικής για το 1921 απονεμήθηκε στον Einstein για τη θεωρητική επεξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Στη μελέτη του αυτή, ο Einstein προσπάθησε να εξηγήσει τα πειραματικά δεδομένα για την αγωγιμότητα των ηλεκτρονίων στο κενό. Σε αυτά τα πειράματα παρατηρήθηκε ότι ο φωτισμός διαφόρων μετάλλων με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία προκαλούσε την εμφάνιση ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα. Ένα απλό σχεδιάγραμμα μιας τέτοιας πειραματικής διάταξης φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Η θεωρία του στηρίζεται στον ισχυρισμό ότι για να μπορέσει να διαφύγει από ένα μέταλλο ένα ηλεκτρόνιο χρειάζεται να απορροφήσει μια κατάλληλη ενέργεια ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Κάθε περίσσεια ενέργειας αποδίδεται ως κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων (φωτοηλεκτρόνια) που εξάγονται από το εκάστοτε μέταλλο. Η θεωρία αυτή συνοψίζεται στην περίφημη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein:



$$hf = b + E_{κιν},$$

όπου hf είναι η ενέργεια των φωτονίων της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που προσπίπτουν στο εκάστοτε μέταλλο, b το έργο εξαγωγής των ηλεκτρονίων από το μέταλλο (η ελάχιστη δηλαδή ενέργεια που πρέπει να απορροφήσουν τα ηλεκτρόνια για να εξέλθουν από το μέταλλο με μηδενική κινητική ενέργεια) και $E_{κιν}$, η μέγιστη κινητική ενέργεια την οποία διαθέτουν τα φωτοηλεκτρόνια εξερχόμενα από το μέταλλο.

Στην παραπάνω μελέτη ως ένταση της ακτινοβολίας που προσπίπτει πάνω στο μέταλλο, ονομάζουμε το λόγο της ισχύος ανά μονάδα επιφάνειας και προϋποθέτουμε ότι κάθε ηλεκτρόνιο απορροφά μόνο ένα φωτόνιο από την ακτινοβολία που προσπίπτει πάνω στο μέταλλο (κάθοδος).

α. Όταν φως προσπίπτει στο μέταλλο και η διαφορά τάσης μεταξύ του μετάλλου (της καθόδου) και της ανόδου του κυκλώματος διατηρείται σταθερή σε μια κατάλληλη τιμή, ρεύμα καταγράφεται στο κύκλωμα. Η συχνότητα της ακτινοβολίας τροποποιείται αλλά η ένταση της διατηρείται σταθερή. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	Ενέργεια φωτονίων (eV)	Ένταση ακτινοβολίας (Wm^{-2})	Έργο εξαγωγής (eV)	Ρεύμα (A)
Πρώτη ακτινοβολία	1,8	1,0	2,3	0.0
Δεύτερη ακτινοβολία	3,8	1,0	2,3	$5x10^{-12}$

Να εξηγήσετε γιατί στην πρώτη ακτινοβολία, η καταγραφή του ρεύματος είναι μηδενική.

(μον. 5)

β. Το πείραμα επαναλαμβάνεται χρησιμοποιώντας τις ίδιες ακτινοβολίες με τη διαφορά ότι η ένταση τους τροποποιείται.

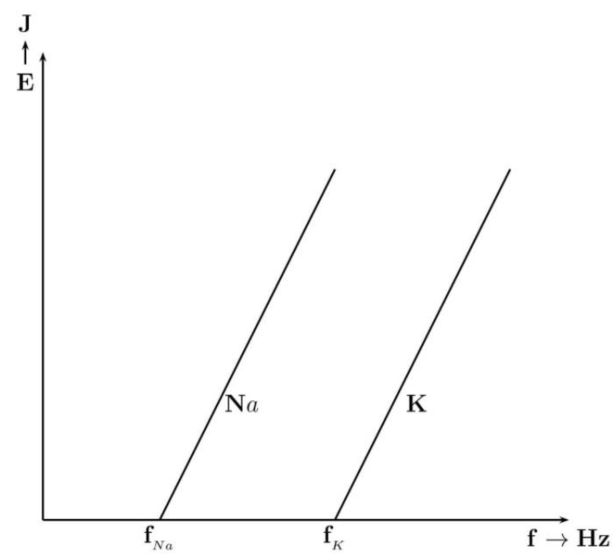
	Ενέργεια φωτονίων (eV)	Ένταση ακτινοβολίας (Wm^{-2})	Έργο εξαγωγής (eV)	Ρεύμα (A)
Πρώτη ακτινοβολία	1,8	4,0	2,3	
Δεύτερη ακτινοβολία	3,8	4,0	2,3	

Ποιες νομίζετε ότι θα είναι τώρα οι τιμές της καταγραφής του ρεύματος στον παραπάνω πίνακα; **(μον. 5)**

γ. Αν το παραπάνω μέταλλο της καθόδου είναι λίθιο (Li) και στην κάθοδο προσπίπτει ακτινοβολία με ενέργεια φωτονίων $4,8\times10^{-18}$J, να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα των φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται. Δίνεται ότι η σταθερά του Planck είναι $h=6,67\times10^{-34}$Js, $1eV=1,6\times10^{-19}$J και $m_e=9,1\times10^{-31}$ kg . **(μον. 5)**

δ. Αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ καθόδου και ανόδου μηδενιστεί, παρατηρούμε ότι το κύκλωμα συνεχίζει να διαρρέεται από ένα μικρό ρεύμα. Που νομίζετε ότι οφείλεται η ύπαρξη αυτού του ρεύματος; Να εξηγήσετε την απάντησή σας. **(μον. 5)**

ε. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε την παραπάνω πειραματική διάταξη, διατηρώντας σταθερή την ένταση της ακτινοβολίας και καταγράφοντας τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται από την κάθοδο σαν συνάρτηση της συχνότητας της ακτινοβολίας. Τα αποτελέσματα για δύο διαφορετικά μέταλλα (Na και K) φαίνονται στη διπλανή γραφική παράσταση.



Παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις του Na και του K, μπορείτε να δικαιολογήσετε αν ο ισχυρισμός τους ότι “για οποιοδήποτε μέταλλο η κλίση της ευθείας παραμένει σταθερή” είναι σωστός ή λανθασμένος; Με τι νομίζετε ότι ισούται αυτή η κλίση; Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας. **(μον. 5)**

Λύση

α. Σύμφωνα με τη θεωρία του Einstein για να εξαχθούν τα ηλεκτρόνια από το μέταλλο της καθόδου, χρειάζεται να απορροφηθεί ενέργεια φωτονίων μεγαλύτερη από το έργο εξαγωγής b των ηλεκτρονίων. Στην περίπτωση αυτού του πειράματος η ενέργεια των φωτονίων 1,8 eV δεν είναι αρκετή για να απορροφηθεί από τα ηλεκτρόνια έτσι ώστε να ξεπεράσουν το φράγμα της ενέργειας των 2,3 eV και να εξέλθουν από το μέταλλο. **(μον. 5)**

β. Αν επαναλάβουμε το πείραμα με διαφορετική ένταση ακτινοβολίας, τότε η τιμή του ρεύματος στην πρώτη γραμμή με ενέργειας φωτονίων 1,8 eV δεν θα τροποποιηθεί από τη μηδενική τιμή μιας και τα ηλεκτρόνια συνεχίζουν να μην καταφέρνουν να διαφύγουν από το μέταλλο της καθόδου με αυτή την τιμή που απορροφούν. **(μον. 2)** Για ενέργεια φωτονίων 3,8 eV, τα φωτοηλεκτόνια εξέρχονται από το μέταλλο επιταχύνονται προς την άνοδο και ρεύμα καταγράφεται στο κύκλωμα. Η ένταση της ακτινοβολίας (σύμφωνα με το κείμενο της εκφώνησης) είναι:

$$J = \frac{E_{\varphi\omega\tau}}{t} = \frac{n_{\varphi\omega\tau} hf}{t} = \frac{n_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} hf}{t} = \frac{I}{q_e} hf, \quad \textbf{(μον. 1)}$$

στη σχέση αυτή έχουμε χρησιμοποιήσει επίσης ότι κάθε φωτόνιο απορροφάτε από ένα και μόνο ηλεκτρόνιο ($n_{\varphi\omega\tau} = n_{\eta\lambda\varepsilon\kappa}$) και το γεγονός ότι: $I = \frac{Q}{t} = \frac{n_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} q_e}{t}$.

Από τα παραπάνω αντιλαμβανόμαστε ότι το ρεύμα του κυκλώματος είναι ανάλογο της έντασης της ακτινοβολίας του φωτός, συνεπώς για την ίδια ενέργεια φωτονίων και τετραπλάσια ένταση του φωτός θα έχουμε και τετραπλάσια καταγραφή ρεύματος στο κύκλωμα. Συνεπώς ο πίνακας γίνεται:

	Ενέργεια φωτονίων (eV)	Ένταση ακτινοβολίας (Wm^{-2})	Έργο εξαγωγής (eV)	Ρεύμα (A)
Πρώτη ακτινοβολία	1,8	4,0	2,3	0,0
Δεύτερη ακτινοβολία	3,8	4,0	2,3	$2x10^{-11}$

(μον. 2)

γ. Σύμφωνα με τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein

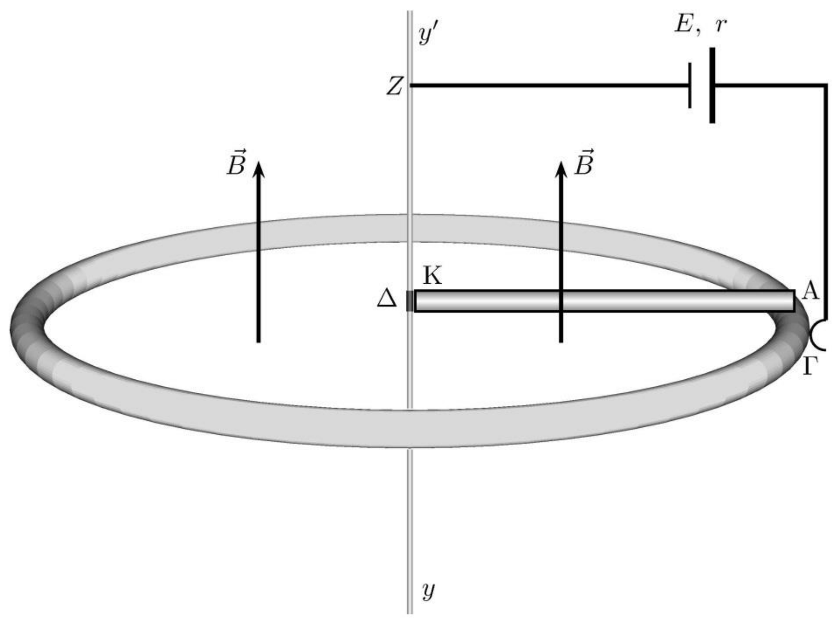
$$hf = b + E_{\kappa\iota\nu} \Rightarrow 4{,}8x10^{-18} = 2{,}3x1{,}6x10^{-19} + E_{\kappa\iota\nu} \Rightarrow E_{\kappa\iota\nu} = 4{,}43x10^{-18} J \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v^2 = 4{,}43x10^{-18} \Rightarrow \frac{1}{2} 9{,}1x10^{-31} v^2 = 4{,}43x10^{-18} \Rightarrow v = 3{,}12x\ 10^6 m/s$$

(μον. 5)

δ. Αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ καθόδου και ανόδου μηδενιστεί, αυτό σημαίνει ότι τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από το μέταλλο της καθόδου δεν επιταχύνονται προς την άνοδο. Όμως κάποια από αυτά πιθανόν να καταφέρνουν να φτάσουν στην άνοδο από μόνα τους λόγο της συσσώρευσης του ηλεκτρονικού νέφους που δημιουργείται γύρω από την κάθοδο. Αυτά τα ηλεκτρόνια καταφέρνουν να κλείσουν κύκλωμα και έτσι υπάρχει ένα μικρό φωτορεύμα που καταγράφεται από τα μετρητικά μας όργανα. **(μον. 5)**

ε. Όπως μπορούμε να δούμε από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση, $(hf = b + E_{\kappa\iota\nu})$ η κλίση της γραφικής παράστασης της μέγιστης κινητικής ενέργειας του φωτονίου συναρτήσει της συχνότητας των φωτονίων ($E_{\kappa\iota\nu} = hf - b$) είναι η σταθερά του Planck, h=6,67x10^{-34}Js. **(μον. 4)** Για το λόγο αυτό παρατηρούμε ότι όλες οι γραφικές παραστάσεις ανεξαρτήτου του μετάλλου της καθόδου διατηρούν την ίδια και σταθερή κλίση. Επομένως ο ισχυρισμός ότι "για οποιοδήποτε μέταλλο η κλίση της ευθεία παραμένει σταθερή" είναι απόλυτα σωστός. **(μον. 1)**

Θέμα 5ο (20 μονάδες)



Η μεταλλική ράβδος ΚΑ έχει μήκος L και ωμική αντίσταση R. Στο άκρο Κ της ράβδου είναι στερεωμένος μεταλλικός δακτύλιος Δ αμελητέας ακτίνας. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο μεταλλικό (αγώγιμο) άξονα γγ΄ που περνά μέσα από το δακτύλιο, ενώ το άλλο άκρο της Α μπορεί να γλιστρά χωρίς τριβές πάνω σε ένα οριζόντιο μεταλλικό τροχό ακτίνας L και αμελητέας ωμικής αντίστασης. Με αυτό τον τρόπο η ράβδος ΚΑ είναι συνεχώς σε επαφή με τον άξονα γγ΄ και τον τροχό. Το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ κατακόρυφο προς τα πάνω.

Όταν μια πηγή Ε με εσωτερική αντίσταση r συνδεθεί σε ένα σημείο Ζ με τον άξονα γγ' και σε ένα σημείο Γ με τον τροχό, η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται.

i. Να αποδείξετε ότι η τάση από επαγωγή που θα αναπτυχθεί στα άκρα του αγωγού ΚΑ, δίνεται από τη σχέση:

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{1}{2} B\omega L^2$$

Δίνεται ότι το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας φ και ακτίνας R δίνεται από τη σχέση: $S=\frac{1}{2}\varphi R^2$ **(μον. 5)**

ii. Προς τα πού θα κινηθεί αρχικά η ράβδος δεδομένου ότι διαρρέεται από πραγματικό ρεύμα Ι; Να εξηγηθεί το φαινόμενο. **(μον. 4)**

iii. Να κατασκευάσετε το ισοδύναμο κύκλωμα του παραπάνω σχήματος και να υπολογίσετε το επαγωγικό ρεύμα. **(μον. 6)**

iv. Υπάρχει περίπτωση η ράβδος να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\boldsymbol{\omega_{o\rho}}$; Ποια είναι αυτή; **(μον. 5)**

Λύση

i. Από το νόμο του Faraday για ένα αγωγό ο οποίος διαγράφει κυκλική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, η ΗΕΔ επαγωγής ισούται με:

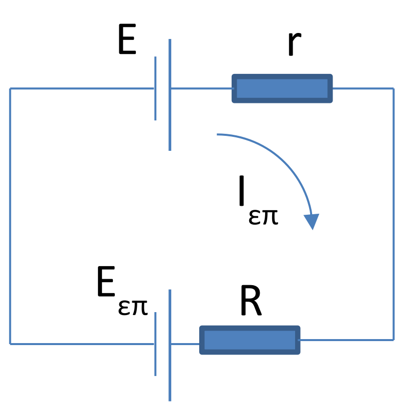
$$|E_{\varepsilon\pi}|=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Delta(BS)}{\Delta t}=B\frac{\Delta S}{\Delta t}$$ **(μον. 3)**

Όμως το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα στο χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τον τύπο:

$S=\frac{1}{2}\varphi L^2=\frac{1}{2}\omega t L^2$, κατά συνέπεια $|E_{\varepsilon\pi}|=\frac{1}{2}B\omega L^2$ **(μον. 2)**

ii. Αφού στο κύκλωμα υπάρχει πραγματική πηγή, πραγματικό ρεύμα θα διαρρέει το κύκλωμα με φορά από την περιφέρεια (σημείο Α) ακτινικά προς το κέντρο Κ. **(μον. 1)** Όμως σε ρευματοφόρο αγωγό που βρίσκεται στο εσωτερικό μαγνητικού πεδίου θα ασκηθεί πάνω του δύναμη Laplace και θα τον αναγκάσει να κινηθεί αριστερόστροφα. **(μον. 3)**

iii. Το ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα της παραπάνω διάταξης δίνεται πιο κάτω:



(μον. 3)

και σύμφωνα με το νόμο του Kirchhoff το επαγωγικό ρεύμα δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\varepsilon\pi}=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R+r}=\frac{B\omega L^2}{2(R+r)}$$ **(μον. 3)**

Ενώ το ολικό ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E - E_{\varepsilon\pi}}{R + r}$$

iv. Η μόνη δύναμη που εμφανίζεται πάνω στον αγωγό από την παρουσία του μαγνητικού πεδίου είναι η δύναμη Laplace. Αν η δύναμη αυτή μηδενιστεί τότε η ράβδος θα κινείται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. **(μον. 2)** Συνεπώς:

$$F_L = BIL = B\frac{E - E_{\varepsilon\pi}}{R + r}L = 0 \;\Rightarrow E - E_{\varepsilon\pi} = 0 \;\Rightarrow E = E_{\varepsilon\pi} \;\Rightarrow E = \frac{1}{2}B\omega_{o\rho}L^2$$

$$\Rightarrow \omega_{o\rho} = \frac{2E}{BL^2}$$ **(μον. 3)**

Θέμα 6ο (15 μονάδες)

Διεγερμένα άτομα υδρογόνου αποδιεγείρονται και τα άτομα επανέρχονται στη θεμελιώδη τους κατάσταση. Η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης είναι E_1=-13,6 eV. Από τη μελέτη των φασματικών γραμμών υπολογίστηκαν τρεις διαφορές ενεργειών μεταξύ των διεγερμένων καταστάσεων και της θεμελιώδους κατάστασης και βρέθηκαν ίσες με 12,75 eV, 12,09 eV και 10,2 eV.

α. Να υπολογίσετε τις ενέργειες που αντιστοιχούν στις διεγερμένες καταστάσεις των ατόμων του υδρογόνου. **(μον. 3)**

β. Να υπολογίσετε τους κβαντικούς αριθμούς στους οποίους αντιστοιχούν οι διεγερμένες καταστάσεις. **(μον. 2)**

γ. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών, στο οποίο να φαίνονται οι μεταβάσεις των ηλεκτρονίων που πραγματοποιούνται. **(μον. 3)**

δ. Σε μια από τις παραπάνω μεταβάσεις εκπέμπεται ακτινοβολία με τη μεγαλύτερη συχνότητα. Να υπολογίσετε τη συχνότητα αυτή. **(μον. 3)**

ε. Σε ένα από τα άτομα του υδρογόνου, που βρίσκεται πλέον στη θεμελιώδη κατάσταση, προσπίπτει μονοχρωματική ακτινοβολία, με συνέπεια το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου να διαφύγει από την έλξη του πυρήνα με κινητική ενέργεια K=6,29 eV. Να υπολογίσετε τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Δίνεται ότι h=6,67x10^{-34}Js και 1eV=1,6x10^{-19}J. **(μον. 4)**

Λύση

α. Σύμφωνα με το Bohr $E_n - E_1 = \Delta E \;\Rightarrow\; E_n - (-13{,}6) = \Delta E \;\Rightarrow\; E_n = \Delta E - 13{,}6$ **(μον. 1,5)** συνεπώς για τις δεδομένες διαφορές ενεργειών έχουμε:

ΔΕ=12,75 eV ⇒ E_n =-0,85 eV **(μον. 0,5)**

ΔΕ=12,09 eV ⇒ E_n =-1,51 eV **(μον. 0,5)**

ΔΕ=10,2 eV ⇒ E_n =-3,4 eV **(μον. 0,5)**

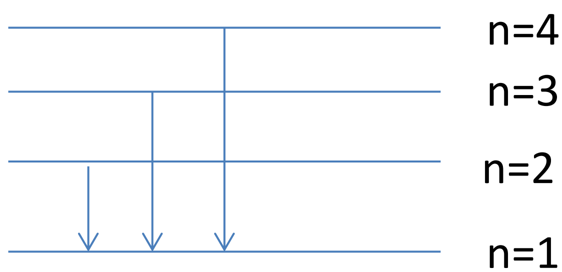
β. Οι ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογόνου δίνονται από τη σχέση $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$, **(μον. 0,5)** άρα:

ΔΕ=12,75 eV ⇒ n=4 **(μον. 0,5)**

ΔΕ=12,09 eV ⇒ n=3 **(μον. 0,5)**

ΔΕ=10,2 eV ⇒ n=2 **(μον. 0,5)**

γ. Οι αντίστοιχες μεταβάσεις φαίνονται στο παρακάτω ενεργειακό διάγραμμα:



(μον. 3)

δ. Η μετάβαση με τη μεγαλύτερη ενεργειακή διαφορά άρα και τη μεγαλύτερη συχνότητα είναι αυτή που το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από την n=4 στην n=1. **(μον. 1)** Συνεπώς η διαφορά ενέργειας είναι 12,75 ev και επομένως $12,75x1,6x10^{-19}$=hf ⇒$2,04x10^{-18}=6,67x10^{-34}$f ⇒ f=$3x10^{15}$Hz είναι η συχνότητα του εκπεμπόμενου φωτονίου. **(μον. 2)**

ε. Αφού σε ένα άτομο υδρογόνου που το ηλεκτρόνιο του βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση προσπίπτει μονοχρωματική ακτινοβολία που αναγκάζει το ηλεκτρόνιο να διαφύγει από την έλξη του πυρήνα (να ιονιστεί) και να αποκτήσει ενέργεια 6,29 eV σε απόσταση μακριά από την έλξη του πυρήνα, αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια αυτής της ακτινοβολίας ισούται με:

hf=$|E_1|$ +6,29 **(μον. 2)** ⇒ hf=13,6+6,29 ⇒ hf=19,89 eV ⇒ $6,67x10^{-34}$f=$19,89x1,6x10^{-19}$ ⇒ f=$4,77x10^{15}$ Hz. **(μον. 2)**